

N° 21 Mai 2010

www.commission-cadrans-solaires.fr

Cadran
Info

Revue de la Commission des cadrans solaires

Notre dossier (1^{ère} partie)

Les "heures antiques" ou "heures inégales"

- Les cadrans canoniaux de France
- La théorie du nocturlabe
- Cadran bifilaire, Cadran à chambre obscure, Cadrans de poche à Die, Cadran toise, Cadran septentrional d'Annecy, Cadran à réflexion
- Restauration d'un canonial, d'un cadran-méridienne
- La mort et le temps dans l'antiquité
- Faites les vous-mêmes: évolution du cadran de berger, triple équerre
- le cadrans mystérieux de Saint-Mars, Est-ce le premier Zarbula?, L'éclairage d'Arvieux
- Informations diverses, nouvelles réalisations, sociétés étrangères, une horloge "lever-coucher du soleil", les canoniaux d'Espagne, livres, sites internet...



Société Astronomique de France



photo de Gérard CHIRON

Diptyque (collection privée)



Sommaire du N° 21

<u>Cadran bifilaire de R.Soler</u>		Anselmi Riccardo	4
<u>Canonial de Pouzounac du Garric</u>		Benoit Didier	8
<u>Horologia et memento mori ...</u>		Bonnin Jérôme	11
<u>Lignes horaires et cadrans antiques</u>		Davies T.S/Collin Dominique	24
<u>Cadran solaire à chambre obscure</u>		Ferrari Gianni	55
<u>Restauration d'un cadran-méridienne</u>		Guyot Yves	66
<u>Cadrans portables du musée de Die</u>		Oudenot Gérard	68
<u>Cadran Septentrional d'Annecy</u>		Robic Joël	73
<u>Cadran toise à Bruz</u>		Robic Joël	74
<u>Une évolution du cadran de berger</u>		Savian Fabio	76
<u>Nocturlabe</u>		Savoie Denis	84
<u>Cadrans canoniaux français</u>		Schneider Denis	90
<u>Faites les vous-mêmes: Réalisation d'une triple équerre</u>		<i>Theubet Joseph / Lambalieu Michel</i>	96
<u>Est-ce le premier Zarbula ?</u>		Ugon Michel	97
<u>Table de Saint-Mars-sous-Ballon</u>		Ugon Michel	102
<u>Un nouvel éclairage à Arvieux</u>		Ugon Michel	120
<u>Cadrans à réflexion</u>		Giorgio Mesturini	124
<u>Informations diverses</u> Dernières réalisations, Gnomonique du Monde, Informations gnomoniques Une horloge levers-couchers, Cadrans canoniaux en Espagne, Des livres et des revues, Des sites WEB.	 	D. Benoit, J. Bonnin, D. Collin, P.J. Dallet, A. Ferreira, A. Fortin, M. Gauthier, P. Gagnaire, L. Gueit, Y. Guyot, N. Marquet, Y. Massé, P. Novella, F. Reymann, Y. Saget, Ph. Sauvageot, D. Savoie, H.Sonderegger, F. Tamarit, J. Theubet, O. Yukio, Sociétés étrangères.	126

Version CDrom:

Cliquer sur le titre de l'article pour ouvrir celui-ci (lien hypertexte)



Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe"

Couverture de "Cadran Info"

Cadran diptyque (collection privée)

Photo G. CHIRON

CADRAN-INFO

est un moyen de diffusion d'articles gnomoniques rédigés principalement par les membres de la "commission des cadrans solaires" de la SAF.

Il vient en complément des publications de la **Société Astronomique de France**: "L'Astronomie" et "Observations & travaux" qui présentent épisodiquement des sujets concernant les cadrans solaires.

CADRAN-INFO est une formule simple et flexible qui regroupe la majorité des présentations faites lors de nos 2 réunions annuelles ainsi que des articles reçus en cours d'année.

CADRAN-INFO est devenu au cours des années UNE référence d'études, de techniques, de méthodes pour certaines totalement inédites. La liste de l'ensemble des items traités est disponible sur demande.

CADRAN-INFO paraît en Mai et en Octobre. Il est vendu lors des deux commissions ou adressé sur demande (participation aux frais) sous forme: papier (tirage N&B ou en couleurs) et CD (les N°1 à 5 sont des scans des tirages papier).

A partir de **CI** N°11, les logiciels ou certains documents numériques sont mis à disposition dans la version CDRom.

Dans un souci d'échanges de connaissances et d'informations, **CADRAN-INFO** est offert aux autres associations gnomoniques (Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse).

Ph. Sauvageot

Président de la Commission des cadrans Solaires

Remarques:

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les articles¹ sont à envoyer à Ph. Sauvageot (directement à son domicile) par mail ou sur CDrom/DVD PC (Word, Excel, Access, **PAS DE PDF**) éventuellement sur papier. Certains sujets pourront être repris dans une parution ultérieure de "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux".
- ◆ Les personnes qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux" devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources et/ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés aux auteurs après publication.

Pour tout renseignement:

Ph. SAUVAGEOT 7, rue de Gloriette 91640 Vaugrigneuse: sauvageotph@wanadoo.fr

Ou au secrétariat de la SAF, 3 rue Beethoven 75016 PARIS

Aucun caractère publicitaire dans les informations données dans le bulletin

¹ Police: Times New Roman, taille: 12, marges: 2,5



Le nouveau bifilaire de Rafael Soler Gayà

Par Riccardo Anselmi

En mai 2009, j'ai eu l'occasion d'aller à Majorque lors d'une rencontre internationale de gnomonistes, organisée par la Commission des CS (cadrans solaires) de ARCA, dix ans après sa fondation. Pendant mon court séjour aux Baléares, j'ai eu la très agréable surprise de voir deux nouveaux cadrans solaires bifilaires de Rafael Soler dont le plus grand, inachevé à cette époque, se trouve dans le parc de l'Université de Majorque.

Rafael Soler a réussi à réaliser un étonnant cadran solaire bifilaire, que j'estime être sa plus belle réalisation, composé de quatre colonnes en acier inox qui soutiennent deux luisantes chaînes placées orthogonalement et d'un cadran horizontal sur lequel l'intersection de l'ombre des chaînes donne l'heure et la date. La description qui suit se réfère en partie à un article de Soler, publié dans Carpe Diem (21 mars 2007), organe de l'association gnomonique de Majorque, d'où j'ai pris des données. Spontanément me vint à l'esprit une similitude entre Rafael Soler Gayà et Antonio Gaudí, « l'architecte de Dieu », qui avec d'autres grands noms dans le domaine artistique ont honoré l'Espagne en entrant dans l'Olympe des génies de l'Humanité. Mais pourquoi cette comparaison ?



Photo 1: le complexe gnomonique "doble catenaria"

Quel est le rapport apparent entre un architecte disparu en 1926, à 74 ans, et un ingénieur en génie civil contemporain passionné de cadrans solaires ? En effet, en visitant le centre historique de Palma, Rafael a lui-même évoqué l'auteur de la Sagrada Familia, sans pour autant se comparer à ce grand personnage, Soler étant une personne de nature modeste. Moi-même, cependant, peut-être par intuition télépathi-

que, venais de penser à Gaudí au même moment.

Cette coïncidence ne m'a pas semblée fortuite mais plutôt un signe du destin. Je crois ni à la Cabale ni à la voyance de certains magiciens, capables de manipuler les personnes, mais en l'occurrence, j'ai cru à ce message reçu, par hasard, parce que j'ai l'ai considéré justifié. Je ne suis sûrement pas en mesure de prévoir la renommée que réservera le futur à Soler, mais je connais plusieurs gnomonistes influents qui ont pour lui une très haute estime.

Voyons maintenant les caractéristiques du nouveau cadran bifilaire de Soler. On a choisi une base circulaire horizontale d'un rayon de 5 m. Sur le diamètre Est-Ouest deux colonnes en acier inox y sont positionnées; avec, à leur sommet, une sphère qui est aussi un élément architectonique,

en harmonie avec le restant de la structure. Les deux extrémités d'une chaîne partent du centre des sphères, à une distance de 6,148 m sur le plan horizontal. Cette première chaîne, sous son propre poids, dessine un arc de chaînette dont le centre est à 1,5 m du sol. Dans la direction Nord-Sud, deux autres colonnes avec les mêmes caractéristiques mais plus basses: la hauteur du centre des sphères est à 3,410 m, et la chaîne en son centre est à 2 mètres du sol. La demi-longueur de la chaîne E-O est à 6,849 m, la flèche, c'est-à-dire la distance du point moyen entre les accroches et l'extrémité inférieure de la courbe mesure 4,648 m. Pour la chaîne placée N-S, les mesures sont les suivantes : demi longueur de la chaîne : 4,782 m, flèche : 1,409 m.



Photo 2: le cadran bifilaire "doble catenaria"



Photo 3: Rafael Soler Gayà près de son cadran

Quelques devises figurent sur le cadran solaire: dans la zone au nord de la ligne du solstice d'hiver. On lit les mots latins suivants : TEMPORA TEMPORE TEMPERA, au sud du solstice d'été TEMPS VERTADER (Temps Vrai) et plus bas, RELLOTGE BIFILAR, LATITUD 39° 38' 44'' N et LONGITUD 2° 38' 46'' E. En plus deux écussons, une référence à la localité et « R.Soler fecit » en cursive. Soler a préféré, à la courbe en huit du temps moyen, proposer les corrections à apporter à la lecture du temps vrai pour obtenir le temps moyen. Par exemple, sur la ligne de déclinaison de -20°, il écrit : 20 de gener (janvier) +0.3' et, un peu plus à droite, le 22 novembre -24,6', valeurs qui doivent être ajoutées ou retranchées au temps vrai sur le CS pour avoir l'heure de Greenwich aux deux dates où le Soleil a environ la même déclinaison.



Photo 4: une partie du cadran de Soler

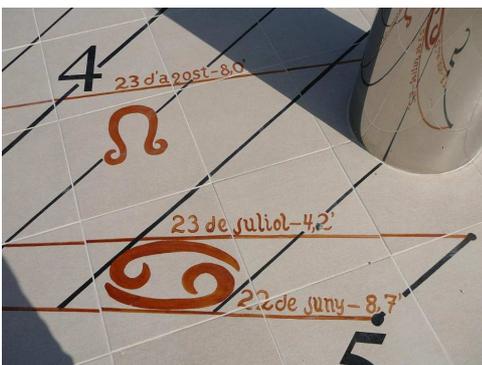


Photo 4: une partie du cadran de Soler

Le tracé du cadran solaire a été fait sur de grandes dalles rectangulaires. Comme un immense puzzle, au fur et à mesure que les tesselles sont collées sur un fond de ciment, le CS prend forme. Début mai, le cadran solaire était encore incomplet mais suffisamment défini pour permettre la lecture de l'heure et de la date (le 8 mai, jour de notre visite). Le CS indique le TVL par intervalles de 15 minutes sur les sept lignes zodiacales. Au premier regard, on a l'impression d'observer un cadran horizontal classique avec style polaire. En réalité, il suffit de s'aligner avec l'équinoxiale pour percevoir la légère courbure qui en révèle la nature transcendante. A la longitude de Majorque (où le

temps moyen de l'Europe Centrale est encore en vigueur quand, plus naturellement, l'heure du fuseau de Greenwich devrait être observée), on note une grande différence entre l'heure du bifilaire et celle de la montre, en particulier pendant la période de l'heure d'été. Un « profane » pourra en déduire que le cadran s'est « emballé » et il en déduira des conclusions erronées.

Soler, pendant l'explication de son cadran solaire à des curieux qui s'étaient approchés de notre groupe, a dû renoncer à éclaircir ce détail car il est difficile d'expliquer à un public non averti, la nature d'un CS aussi complexe que le bifilaire. Le graphisme de la Fig. 6 a été tracé par un logiciel en Visual Basic, développé par l'auteur avec les conseils de l'ingénieur Tonino Tasselli et de Luigi Ghia. La série de graphismes originels à l'échelle 1 :100 présente le cercle de base d'un rayon de 5 m, les quatre colonnes à 4,5 m du centre, le cadran véritable avec des subdivisions horaires 30 minutes et les lignes zodiacales. J'ai enrichi le cadran avec le huit du TM du midi de Palma, ligne horaire absente sur le CS de Soler. Dans la partie supérieure du graphisme de la Fig. 6 on voit les deux chaînes que j'ai représentées comme coplanaires, de façon à comparer immédiatement les deux profils.

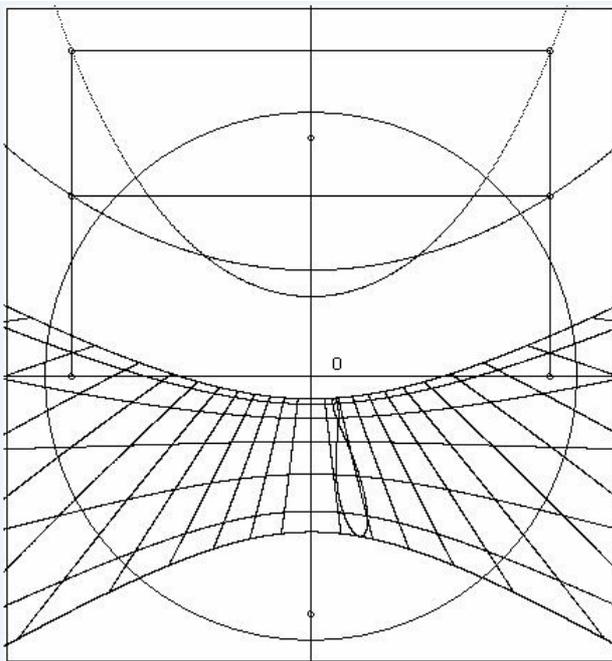


Figure 6: le graphisme avec les chaînettes coplanaires

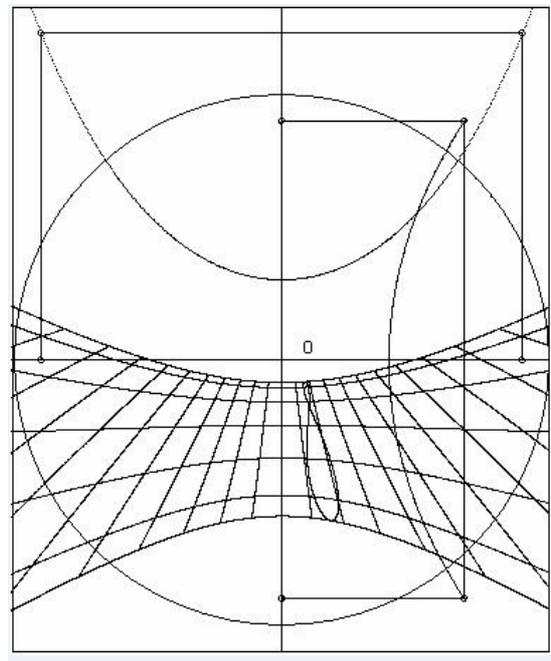


Figure 7: le graphisme avec les chaînettes rabattues orientées

En Fig. 7 on voit, au contraire, les deux chaînes rabattues selon leur orientation. Cette double représentation éclaire bien, ou c'est du moins ce que je pense, la structure théorique de l'installation du « style » car tout est rigoureusement à l'échelle. La section au sol du cadran est, au contraire, traditionnelle, sans aucune différence avec un cadran horizontal classique. Sa structure a été obtenue au moyen de grandes dalles, probablement en céramique, élégamment peintes, qui complètent le cadre du complexe monumental.

L'autre cadran solaire horizontal bifilaire avec chaînes de Rafael Soler qui se trouve à Camp de Mar a au sol un dessin réalisé avec un ruban d'acier inox intégré au ciment, donc insensible au piétinement.

La simple mais raffinée élégance de la dernière création de Soler devient d'autant plus évidente à l'approche du site et suscite la curiosité et la stupéfaction de l'observateur. Ces quatre colonnes spéculaires qui réfléchissent la lumière du Soleil et, virtuellement, le paysage alentour, apparaissent comme les totems d'une idole étrange; l'aire par eux délimitée, un espace réservé aux rites célébrés par des chamans, et les chaînes qui se balancent doucement quand un faible vent les frappe, lianes insidieuses capables d'inspirer un désarroi aux profanes qui y sont attirés, en les

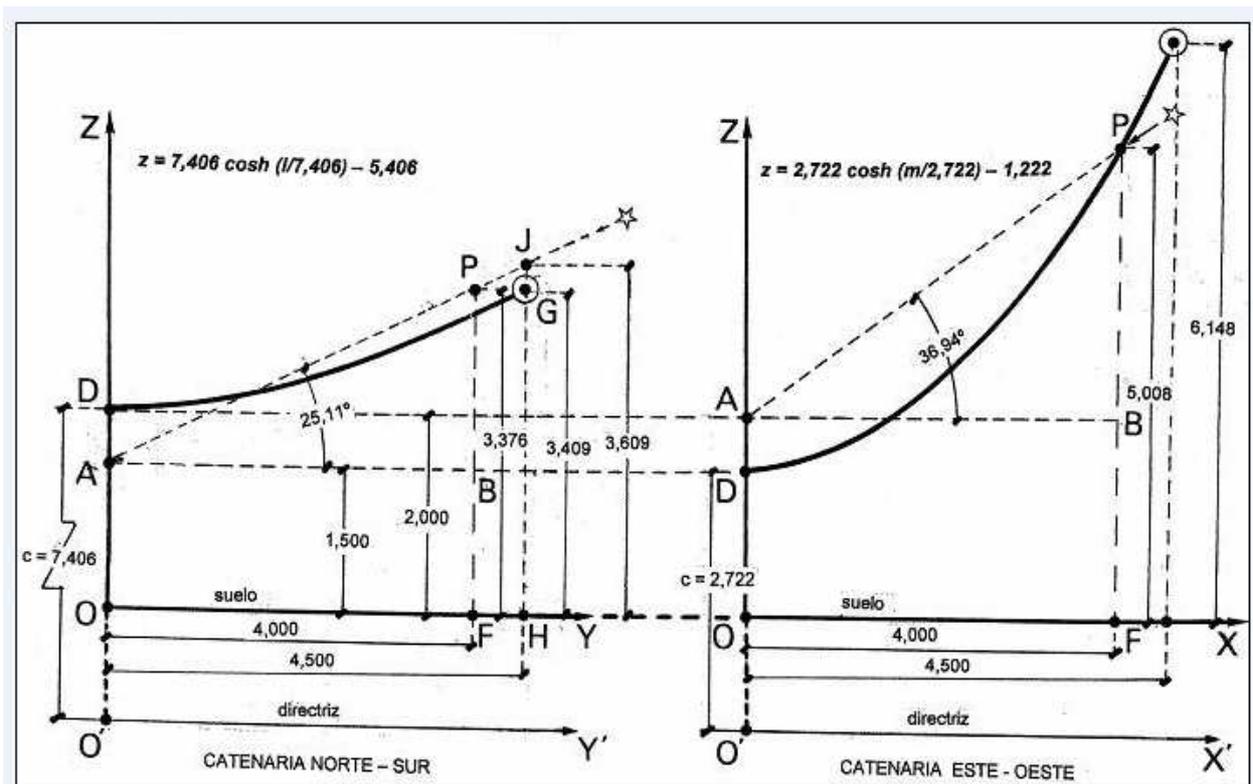
décourageant d’y pénétrer. Les sphères qui dominent les colonnes éblouissent par leur miroitement. Elles sont disposées selon les points cardinaux et paraissent comme des phares à longue portée.

Si ce complexe se trouvait dans une zone plus vaste, éloignée des édifices modernes, il pourrait bien figurer dans la scénario d’un film de science-fiction montrant un moment rituel d’un homme du futur, comme le complexe mégalithe de Stonehenge témoigne de l’ancien culte des habitants de la Terre lié au mouvement des astres à l’aube de la civilisation.

Comment est-il possible de rester indifférent face à une réalité aussi exceptionnelle ? Ceux qui ignorent les merveilles artistiques et scientifiques de la gnomonique, de même que les experts qui en comprennent parfaitement les règles sont d’accord, chacun à sa façon, pour affirmer que la visite de ce site enrichit notre culture d’une expérience unique et inoubliable, même si les motivations divergent.

Le cadran solaire n’est pas seulement une extraordinaire horloge, mais aussi un élément architectural absolument original qui nous prend au dépourvu. C’est une sculpture qui met les observateurs en face d’une série de questions auxquelles il n’est pas facile de répondre. L’insolite « design » accroît le désir d’en comprendre les mystérieuses fonctions, en vérité assez simples pour un gnomoniste, mais totalement incompréhensibles pour qui en ignore les règles. Les gens qui visitent le site s’y arrêtent longtemps, fascinés par cette œuvre originale dont ils désirent comprendre l’essence. Le cadran bifilaire de Rafael Soler se révèle l’énième attraction de l’île de Majorque dont elle est déjà si généreusement dotée.

Ci-dessous la figure 8, montre le graphisme original réalisé par Rafael Soler Gayà.



Photos de Joseph Theubet

Bibliographie:

- ° SOLER GAYA, RAFAEL (2007), *Reloj de sol bifilar de doble catenaria*, Carpe Diem n° 21 Marzo 2007.
- ° TASSELLI, TONINO (2005), *Applicazione del calcolo vettoriale alla gnomonica*, in “Atti del XIII Seminario Nazionale di Gnomonica”, Lignano Sabbiadoro (UD), pp. 162.-177.
- ° TASSELLI, TONINO – GHIA, LUIGI MASSIMO (2006), *Rassegna di progetti gnomonici simulati*, in “Atti del XIV Seminario Nazionale di Gnomonica”, Chianciano (SI), pp. 121.-130.

Cet article a été publié dans Gnomonica Italiana n° 19



Cadran canonial de Pouzounac du Garric

Par Didier Benoit

Histoire et technique de la restauration du cadran canonial de l'église de Pouzounac du Garric dans le Tarn, par auteur.

Historique du lieu:



Fig 1 : Eglise de Pouzounac commune du Garric

La restauration :

Le cadran canonial de l'église de Pouzounac a été dégradé, il y a quelques années de cela, par la mise en place d'un style étoilé en cuivre et par une facture de pose au plâtre de fort mauvais goût (Fig 2). De plus des mousses, likkens et autres micro-organismes recouvraient l'intégralité de la surface de la pierre calcaire. Avec Mademoiselle PASCOT, et l'autorisation du Maire Monsieur Christian VEDEL, j'ai entrepris le nettoyage de ce vieil indicateur de prières.

Une solution de carbonate d'ammonium et de glycérol portée dans de l'eau déminéralisée a servi à ramollir l'enduit de plâtre. Dix minutes après, à l'aide d'une pince, le style a été arraché sans aucune résistance (Fig 3).



Fig 2 : Le cadran avant restauration.

¹ L'abbé Puel avait connaissance d'un texte daté de 945 où il est écrit que la paroisse de Pouzounac avait donné à la collégiale Saint Salvi d'Albi, un ornement d'église. Il reste aujourd'hui à retrouver cet écrit!



▲ Fig 3 : Le style en cuivre après dépose.

Fig 4 : après dépose du style en cuivre ►



La dépose du bouchon en plâtre révèle un large trou, comme il s'en trouve sur presque tous les cadrans canoniaux (Fig 4). Cette découverte accrédite un peu plus le fait que nous trouvons bien en présence d'un cadran de prières. Pour des raisons économiques et aussi parce que le fer est rare et utilisé à d'autres fins, les styles sont dans la grande majorité des cas réalisés en bois dur. Pour des raisons de solidité et de résistances, leur diamètre sera gros.

Le même produit (solution de carbonate d'ammonium et de glycérol portée dans de l'eau déminéralisée) est appliqué sur toute la surface de la pierre et brossé énergiquement à la brosse nylon (Fig 5).

Les parties ramollies du plâtre encore en place sont enlevées à la curette de bambou. L'opération sera répétée jusqu'à la disparition de toutes les traces d'enduit (Fig 6).



◀ Fig 5: application du produit

Fig 6 : Grattage à la tige de bambou. ▲

La pierre est rincée du produit de nettoyage à l'eau déminéralisée et au pulvérisateur, afin de bien faire partir par légère pression toutes les salissures (Fig 7). Le fond du trou du style et ses parois sont recouverts d'une pellicule de calcite noir/brun qui est très certainement due à la réaction entre le tanin du bois, la pierre et l'eau



Fig 7 : Rinçage au pulvérisateur



Fig 8 : Le trou du style dégagé

Le cadran est restauré, mettant en valeur son authenticité.



Fig 9 : le cadran restauré

Carmaux le 20 août 2009

Article retrouvé par Jean Louis LABAYE

Cadrans solaires L'heure du Peyrou a du style

→ A Montpellier, sur l'esplanade du Peyrou, le passant peut afficher l'heure sur un cadran horizontal

Véritable paradis des promeneurs montpelliérains, l'Esplanade du Peyrou accueille depuis 82 ans un cadran solaire très original. Situé devant le château d'eau et le bassin, ce cadran horizontal est tracé au sol sur une dalle de béton. Le passant peut y lire l'heure grâce à l'ombre projetée par son propre corps. Pour cela, il suffit de se placer sur le mois en cours, dos au soleil, et de suivre la direction de son ombre. Une véritable "expérience interactive" avant l'heure...

Inauguré en novembre 1927, le projet fut initié deux ans plus tôt par Pierre Humbert, professeur de mathématiques et d'astronomie à la faculté des sciences. Il bénéficia d'un budget initial de 3 500 francs. Une petite polémique précéda l'inauguration : fallait-il y inscrire une devise, petite phrase courante sur les cadrans ? Le professeur Humbert en décida autrement, assurant que ce type de cadran ne se mariait que rarement avec une devise, au contraire de ses semblables verticaux situés sur les façades...

Dit de type "analemattique", le cadran du Peyrou est très rare sur le plan historique. Preuve en est l'intérêt que lui portent les passionnés de gnomonique, science des cadrans solaires. De plus, il n'en existe que quelques dizaines de cette taille en France. Un des exemples les plus célèbres est celui du jardin du Rocher des Doms à Avignon. Décrit pour la première fois en 1640, le cadran analemattique connaît depuis quelques années une nouvelle jeunesse. En effet, plusieurs jardins publics ou écoles en ont fait tracer un. Dans la région, la place de Gruissan-Plage et le parvis de la mairie de Poussan ont depuis peu leur propre spécimen.

On peut expliquer ces choix pour les capacités éducatives et ludiques de ce type de cadran, ainsi que son absence totale de danger. L'homme remplaçant le traditionnel "style", il n'y a que peu de risques de se blesser. ●

Christophe GREUET

STYLE : Tige dont l'ombre portée sur la surface du cadran permet de lire l'heure. Il en existe de deux types. Le "style droit" (ou gnomon) est une tige perpendiculaire à la surface d'un cadran horizontal. L'extrémité de son ombre donne l'heure. Le "style polaire" est une tige parallèle à l'axe des pôles. L'angle formé dépend de la latitude (environ 43° dans notre région). L'heure est donnée par l'ombre portée sur les lignes horaires.

Inauguré en 1927, le cadran horizontal de l'esplanade du Peyrou est un modèle rare, de type "analemattique". Il utilise l'ombre du passant pour projeter l'heure sur le sol. Afin d'afficher un résultat le plus proche de l'heure solaire, son utilisateur doit se placer dos au soleil sur la méridienne correspondant à la période de l'année en cours, et lire l'heure sur le tracé des horaires. Pierre Humbert, professeur à la faculté des sciences, est son concepteur. Photo Dominique QUET



Horologia et memento mori ...

Par Jérôme Bonnin

Les Hommes, la mort et le temps dans l'Antiquité gréco-romaine. Le texte a pour origine une lecture publique effectuée le 30 mai 2009 à Chavilles lors d'une réunion de la C.C.S. Que soient ici remerciées toutes les personnes ayant aidé à ce que ce projet voit le jour, notamment M. Schneider, M. Savoie et M. Sauvageot ainsi que M. Arce, professeur et directeur de thèse pour ses conseils et encouragements.

Rien de plus naturel pour nous, modernes, que d'associer le thème de la mort avec celui du temps qui passe, et de là avec l'horloge, mécanique ou solaire. Cela semble aller de soi, et se passer de commentaires. Cependant, une réflexion historique vient rapidement semer des doutes sur cette certitude. De quand date cette symbolique ? D'où vient-elle vraiment ? Comment a-t-elle évolué au cours des siècles ? Dans le cadre d'un travail de thèse sur les *Horologia Romana*, j'ai été amené à considérer ces questions, et très vite l'intérêt du sujet et son caractère en grande partie inexploré m'ont frappé. Les Romains et la symbolique du cadran solaire, il s'agissait là d'un thème entièrement inédit, tous les aspects de la question n'ayant jamais été pris en compte et synthétisés. Peut-être n'y avait-il rien à dire, et les premières recherches bibliographiques semblaient accréditer cette hypothèse.

Ainsi, dans les grandes sommes encyclopédiques du dix-neuvième et du début du vingtième siècle, il n'est rien qui laisse penser à un attachement symbolique des Romains aux moyens de mesurer le temps, contrairement à ce que l'on observera pendant le Moyen Âge et la période moderne. Car si ces périodes de l'histoire regorgent de représentations allégoriques du temps, à travers un sablier, un cadran solaire, une horloge mécanique, si on y décèle les premières maximes généralistes sur le temps qui passe, maximes qui viennent encore orner nos horloges ou cadrans solaires aujourd'hui, ce ne semble pas être le cas pour l'Antiquité. Car là encore, les sources semblent muettes ou peu loquaces. Est-ce à dire que les Romains, pour prendre leur exemple, ne s'inquiétaient pas du temps qui passe au quotidien, ne connaissaient pas cette image, profondément ancrée en nos esprits modernes, de l'*horologium* comme « *memento mori* » ? Cela semblait tout de même assez étonnant, d'autant plus dans une des premières civilisations à mettre en place de façon organisée un système temporel appliqué à de nombreux domaines de la vie quotidienne. Dans la Rome antique, dans n'importe quelle cité d'importance de l'empire, et ce pendant près de sept siècles, il était difficile de ne pas rencontrer de cadran solaire, et même d'horloge hydraulique. Il était difficile de ne pas être, si ce n'est affecté, au moins impressionné par la régularité des affaires quotidiennes. Les écrivains, les lois, les monuments... le temps et sa mesure étaient affaires de tous, visibles et appréhensibles par le plus grand nombre. Dès lors pourquoi un tel silence sur le rôle symbolique de l'horloge ? Avant les cadrans canoniaux et les terribles sentences qui s'y sont attachées, rien ? C'est ainsi dans le but de faire avancer les connaissances sur le sujet que nous avons entrepris cette étude, en commençant par les premiers témoignages, les textes littéraires. Ensuite viennent les sources épigraphiques, qui, couplées à l'étude du mobilier archéologique dans une troisième partie, viendront, ou non, appuyer de façon plus concrète ces habitudes mentales. Enfin, la prise en compte des sources iconographiques, d'un maniement complexe mais d'une richesse étonnante, nous fournira l'occasion d'approfondir les relations étroites entre l'horloge et les sarcophages ou d'autres supports historiés.

1. LES TEXTES LITTÉRAIRES, PETRONE, SENEQUE ET VALERE MAXIME.

La littérature antique sur les rapports entre les cadrans solaires et la mort est, nous l'avons souligné, très rare, et souvent considérée comme inexistante. Trois textes viennent contredire cela. Tout d'abord deux écrits de la même époque, relativement méconnus ou plutôt peu sollicités auparavant, et pourtant essentiels. En 1956, D. H. Hugh en fait une brève analyse et a le mérite de remettre les pendules à l'heure : la symbolique de l'*horologium* était connue dans l'Antiquité, que ce soit pour les cadrans solaires ou pour les horloges hydrauliques ou clepsydes¹.

Le premier témoignage provient de Sénèque, dans une de ses lettres à Lucilius² :

Vous développiez cette pensée si vraie : nous ne tombons pas tout d'un coup dans la mort, nous y avançons pas à pas. Nous mourons chaque jour; chaque jour nous enlève une partie de notre existence, et, plus nos années s'accroissent, plus notre vie décroît. L'enfance nous échappe, puis l'adolescence, puis la jeunesse ; tout le temps passé jusqu'à ce jour est perdu pour nous, et même ce jour présent, nous le partageons avec la mort. Ce n'est pas la dernière goutte écoulée qui vide une clepsyde, ce sont toutes celles qui l'ont précédée : ainsi notre heure dernière ne fait pas à elle seule la mort, mais seule elle la consomme. Alors nous arrivons au terme, mais nous y marchions depuis longtemps. Après avoir développé cette pensée avec votre éloquence habituelle, toujours élevée, mais jamais plus entraînante que lorsqu'elle exprime la vérité, vous ajoutiez : "Il est plus d'un trépas, mais le dernier emporte." Lisez vos écrits plutôt que ma lettre; ils vous prouveront que cette mort si redoutée est la dernière, et non pas la seule.

S'il s'agit plus d'une métaphore que d'une symbolique propre à la clepsyde, le témoignage n'en est pas moins digne d'intérêt. Pour mettre en valeur cette idée de perte progressive du temps, menant à la mort, Sénèque a recours à un moyen de mesure du temps, le plus précis possible d'ailleurs, la clepsyde. Et cette présentation, qui affirme que ce n'est pas la dernière goutte qui vide la clepsyde mais toute les autres, se rapproche étrangement de cette sentence moderne appliquée aux heures : *Una ex hisce morieris* ou de telle autre : *ultima latet*, le message étant cependant inversé, puisque c'est bien la dernière heure qui compte et non plus toutes celles l'ayant précédée.

Le second témoignage est bien plus symbolique. Il s'agit d'un passage anecdotique tiré de l'ouvrage *Faits et dits mémorables* de Valère Maxime³.

Cicéron fut averti par un présage de l'approche de sa mort. Il était dans sa villa de Gaète : sous ses yeux un corbeau secoua et arracha de sa place l'aiguille d'un cadran solaire, puis accourut à lui et, saisissant de son bec le pan de sa robe, il s'y tint attaché jusqu'à ce qu'un esclave vînt annoncer à Cicéron l'arrivée des soldats chargés de le mettre à mort.

Voilà bien la preuve que le cadran solaire joue un rôle symbolique dans la mentalité romaine. Le corbeau ne fait pas qu'arracher le style du cadran, il l'empêche de fonctionner. Il l'arrête définitivement, si l'on veut bien me pardonner cette expression plutôt moderne. Dès lors, c'est la vie de Cicéron qui va s'arrêter. Le lien avec le cadran est parfaitement compréhensible. Car l'annonce de la mort ne se fait pas uniquement par la présence du corbeau. Le cadran dérégulé ajoute à la fatalité de cette annonce, et Cicéron ne peut plus rien faire, le temps ne passe plus pour lui. Derrière l'anecdotique, la symbolique est précise, et n'est certainement pas une invention de Valère Maxime, simple compilateur de « faits » destinés aux orateurs et aux rhéteurs, sans ambition littéraire réelle.

¹ D. H. Hugh, « The Horologium and Symbolism » dans *The Classical Weekly* 49, 1956, pp. 69-71.

² Sénèque, Ep. XX, 24.

³ Valère Maxime, *Factorum dictorumque memorabilium libri* I, 4, 5.

Le troisième témoignage est composé de deux extraits du même ouvrage, le *Satyricon* de Pétrone. Souvent très vivant et juste, l'ouvrage comporte deux mentions d'*horologium* associées au thème de la mort ou du temps qui passe.

La première est fournie lorsque les invités apprennent chez quelle sorte de personnage ils vont dîner :

*Hé quoi nous dit-il, alors vous ne savez pas chez qui la chose a lieu ? Mais c'est chez Trimalcion, un homme tout à fait chic ; il a une horloge dans sa salle à manger, et un sonneur de cor engagé tout exprès, pour savoir à toute heure quelle portion il a perdu de sa vie.*⁴

Nous ne discuterons pas ici du type d'*horologium* présenté par Pétrone. Notons qu'il s'agit très vraisemblablement d'une horloge hydraulique⁵. Par contre, la mention de cette part de vie qui se perd au fur et à mesure du passage des heures, annoncées par ce *bucinator subornatus*, est intéressante du fait de son intégration dans un récit très proche de la réalité quotidienne. Certes, cette horloge est sujet d'admiration, d'étonnement. Il n'était pas courant dans les demeures privées de posséder de tels instruments à complications, on se contentait le plus souvent d'un cadran solaire installé dans le jardin. Mais l'explication donnée par Pétrone pour justifier le sonneur de cor, elle, ne paraît pas étrange, ou étonnante. Elle s'accorde bien avec les réflexions de Sénèque dans le premier texte, et doit refléter la mentalité d'alors dans une certaine couche de la population, population essentiellement urbaine d'ailleurs pour avoir le loisir et les moyens de se préoccuper du temps qui passe.

La seconde mention est liée à la description de l'ornementation du tombeau de Trimalcion. Dans ce passage, ce dernier demande à ce que soit placée :

*Une horloge au centre, pour que quiconque regardera l'heure soit, bon gré mal gré, forcé de lire mon nom.*⁶

Le témoignage est rare et mérite notre attention. Il s'agit de la seule mention littéraire d'une horloge placée sur ou dans un tombeau⁷. Nous ne pensons pas qu'il puisse s'agir d'une horloge à eau, non que le monument voulu par Trimalcion ne soit pas suffisamment volumineux (100 pieds de façade, 200 pieds de long, c'est à dire près de 3 mètres de façade et 6 mètres de long !), mais parce que le but de cette horloge est bien de forcer les passants à lire l'épithète avec le nom de Trimalcion. Selon toute apparence, le personnage de Trimalcion, dans sa démesure, ne pouvait qu'imaginer un monument censé durer pour l'éternité. L'horloge aurait donc du fonctionner sans discontinuité et sans maintenance spécifique, contrairement à l'horloge présente dans son triclinium, afin que le souvenir du défunt perdure le plus longtemps possible, ce qui est impossible avec une horloge à eau, d'une part à cause de la maintenance qu'un tel dispositif demande, d'autre part à cause des nombreux dysfonctionnements à long terme dus aux conduites et aux impuretés de l'eau. Pétrone devait donc penser à un cadran solaire qui au contraire, peut très bien fonctionner sans présence humaine, et ne présente, sauf dégradation volontaire, aucun dysfonctionnement à long terme.

De plus, cela s'accorde parfaitement avec les découvertes épigraphiques⁸ et

⁴ Petron., *Sat.*, XXVI.

⁵ Cette proposition a bénéficié d'un consensus de la part de la plupart des chercheurs. En effet, dans cette *cena*, puisque les banquets de Trimalchio se prolongeaient à une heure avancée de la nuit, et surtout à cause du *laqueato*, du plafond lambrissé dont il est fait référence au chapitre 60, un cadran solaire aurait été inutile. De plus, une clepsydre aurait été un élément trop pauvre pour la maison (voir A. Maiuri, *La cena di Trimalchione di Patronio Arbitro*, Raffaele Pironti ed, Naples, 1945, p. 150.)

⁶ Petron., *Sat.*, LXXI, 11..

⁷ Nous étudierons ensuite les témoignages épigraphiques qui, eux, sont plus nombreux et viennent assurer de la véracité de l'environnement quotidien décrit par Pétrone.

⁸ Notamment les deux épigrammes de Sillyon, troublantes de ressemblance avec l'évocation de Pétrone.

archéologiques présentées par la suite. Ici, la volonté que Trimalcion a de placer un cadran solaire sur son tombeau sert deux buts. D'une part celui de donner aux visiteurs et aux passants une information précise sur le statut social du défunt. L'horloge, qu'elle soit hydraulique ou solaire, est un marqueur social, un moyen de se distinguer, elle a d'autres fonctions que celle de donner l'heure. D'autre part le but avoué est de forcer toute personne à lire le nom du défunt et donc de le faire vivre en pensée, tout comme le cadran marque le temps sans discontinuité, profonde invitation à la méditation pour le passant, véritable *memento mori* dans ce cas précis.

Les sources littéraires nous prouvent donc bien l'existence d'un lien entre l'horloge et la mort, l'existence même d'une symbolique précise dans le cas de la compilation de Valère Maxime. Mais d'autres écrits viennent illustrer ces liens plus précisément, les sources épigraphiques, simples inscriptions ou épigrammes funéraires.

2. LES SOURCES EPIGRAPHIQUES, UNE REALITE PLUS TANGIBLE

Les données épigraphiques sur les *horologia* sont nombreuses, souvent méconnues, et se rapportent à de nombreux domaines (dons, réparations, constructions etc.) Les références trouvées dans un contexte funéraire et associées à celui-ci sont, par contre, beaucoup plus rares. Nous en présenterons ici deux documents, textes parmi les plus représentatifs du genre. Il s'agit de deux épigrammes datées d'entre 50 et 200 de notre ère, inscrites sur un petit autel funéraire qui portait autrefois un cadran solaire⁹. Si celui-ci a disparu, le texte de la première épigramme ainsi que la mortaise à son sommet sont des preuves suffisantes pour en attester l'existence. Réutilisé non loin de l'ancienne cité de Sillyon (province de Pamphylie), il devait se trouver dans la nécropole de Sillyon dans l'Antiquité. La première épigramme nous intéresse particulièrement ici, puisqu'elle fait mention de ce cadran disparu :

Kidramyas a fait placer ici non seulement le monument funéraire, mais également l'horloge comme présent de l'époux pour les mânes (esprits défunts) de Zobalima. Lorsque tu auras regardé les heures et la tombe, alors dis : « moi, l'épouse de Kidramyas, souhaiterais que de nouveau l'on se souvienne de moi »

La seconde épigramme n'y fait mention qu'indirectement :

Je me dresse (ici) afin d'indiquer quel trajet la déesse Eos a accompli, et que c'est ici que se trouve la tombe de Zobalima. Si tu as souhaité connaître qui m'a fait établir, étranger, alors tu auras simplement appris cela : pour son épouse aimée, Kidramyas m'a fait ériger.

Dans les deux cas, comme dans la majeure partie des textes funéraires de l'époque impériale, elles invitent le passant à se souvenir du défunt. Mais il est frappant de constater la référence, dans les deux cas, au cadran solaire associé à l'autel. Dans le premier cas, le passant est invité directement à regarder les heures et à y associer le souvenir de Zobalima. Dans le second, la référence au trajet d'Eos, identifiée à la déesse Aurore chez les Romains, est un rappel du passage céleste du temps, passage retranscrit par l'intermédiaire du cadran solaire. Cela est extrêmement rare dans les épigrammes funéraires. Il n'existe actuellement qu'un autre exemple retrouvé dans le Céramique, mais qui pourrait provenir d'Égypte¹⁰. Que le cadran ait eu la fonction de *memento mori* est là parfaitement clair. Tout comme Trimalcion, Kidramyas fait également référence au regard des passants qui va s'arrêter

⁹ Voir à ce sujet H-U. Wiemer, « Zwei Epigramme und eine Sonnenuhr im kaiserzeitlichen Sillyon » dans *Epigraphica Anatolica* 30 (1998), p. 149-153.

¹⁰ E. Varinlioglu, *EA* 3, 1984, 133-135 = *SEG* XXXIV 1069 = *IK* 30, n°. 11. Il s'agit de la dédicace d'une statuette d'Hermès avec un cadran solaire gravée sur une colonne de marbre gris. Cette colonne devait être surmontée par la statuette portant le cadran, l'ensemble s'insérant dans la mortaise encore en place sur la partie supérieure de la colonne. La datation n'est pas assurée, ni la provenance réelle. La dédicace a bien été retrouvée dans le Céramique d'Athènes, et la provenance d'Égypte n'est qu'une hypothèse ne reposant que sur l'onomastique du personnage, Theon.

d'abord sur l'horloge et ensuite sur le nom inscrit sur la tombe. L'ensemble les invite à se rappeler leur propre condition de mortels. L'horloge a ainsi une fonction multiple : aux uns, elle pouvait indiquer les heures, aux autres l'endroit caractéristique où se trouvait la tombe du défunt, à d'autres encore leur condition et le caractère inéluctable de la mort.

Si dans ce cas précis le cadran solaire n'a pas été retrouvé, l'archéologie en a dévoilé quelques-uns, malheureusement anonymes, retrouvés dans des nécropoles ou associés à celles-ci.

3. LE MOBILIER ARCHEOLOGIQUE DANS LES NECROPOLES, ETUDE ET INVENTAIRE.

Tout comme les mentions épigraphiques, la présence de cadrans solaires dans les nécropoles est rare, seul cinq cas étant actuellement avérés.

Nous commencerons par le cadran solaire découvert dans la nécropole d'Aquilée et conservé au musée d'Udine (n°-Inv. 174)¹¹. Il s'agit d'un cadran sphérique vertical réalisé en pierre calcaire de Carso et mesurant 390 mm de hauteur. Constitué de cinq fragments et sévèrement endommagé, le cadran a été entièrement restauré, mais de façon inexacte dans la remise en place des éléments conservés. On peut y distinguer cinq lignes horaires et la courbe du solstice d'été. Une haute base décorée d'une femme debout posant la main sur un hermès et de décorations végétales vient rehausser la pièce. Ce type de cadran n'appartient à aucune catégorie connue pour le moment par d'autres exemples. Sa singularité réside dans le fait que le disque concave, décoré sur son pourtour d'une couronne de pétale, imite l'aspect d'un tournesol.

Le second exemple, découvert dans la nécropole d'Altino, est conservé au musée de cette même ville (n°-Inv. AL 11)¹². Il s'agit d'un cadran conique réalisé en marbre blanc mesurant 220 mm de hauteur. Daté du premier siècle de notre ère, il est décrit par Gibbs sans illustration comme étant endommagé mais ayant conservé ses treize lignes horaires et une fine trace de la ligne de l'équinoxe et du solstice d'hiver.

Le troisième cadran provient lui aussi de la nécropole d'Altino¹³. Découvert en 1969, il est, toujours d'après Gibbs, conservé dans le musée de cette ville. Cadran plan vertical selon Gibbs, fragment de cadran plan de type *pelecinum* selon M. Arnaldi¹⁴, il est réalisé en pierre blanche d'Istrie et mesure 540 mm de hauteur. Il est daté du premier siècle de notre ère, la nécropole datant du premier siècle également. Encore une fois, Gibbs ne fournit pas d'illustration, mais le présente comme étant endommagé. Le calcul de sa latitude (44°60') est très proche de la latitude réelle d'Altino (45°57'). Il s'agit donc bien d'un cadran réalisé pour Altino, et vraisemblablement pour orner une tombe de la nécropole.

Le cadran suivant provient de la nécropole de Narbonne¹⁵. Découvert en 1869, il est conservé au musée lapidaire de Narbonne, dans l'église de Lamourguier (n°-Inv. 869-109-1). Il s'agit d'un cadran plan vertical réalisé en pierre blanche d'Estailade et mesurant 774 mm de hauteur. Le calcul de sa latitude (38°43') donne une valeur relativement proche de celle de Narbonne (43°11'), les cadrans romains privés (et même publics) étant rarement d'une construction rigoureusement fidèle aux lois de construction d'un cadran solaire. L'artisan se permettait de nombreux écarts avec la réalité, de peu d'importance finalement, le besoin d'une heure précise n'étant pas demandé ni ressenti dans l'Antiquité. Le cadran est composé de

¹¹ Sh. L. Gibbs, *Greek and Roman Sundials*, New Haven and London, 1976, p. 205, n° 2011 G ; N. Severino, *Orologi solari Greco-Romani, Aggiornamento al catalogo di Sharon Gibbs*, Edizione unica CD Rom, Roccasecca, 2003.

¹² Sh. L. Gibbs, *Op. cit.*, p. 301, n° 3083 G.

¹³ Sh. L. Gibbs, *Op. cit.*, p. 355, n° 5011 G.

¹⁴ Communication personnelle.

¹⁵ Sh. L. Gibbs, *Op. cit.*, p. 361, n° 5020 G ; Bulletin de la société nationale des antiquaires de France, Paris, 1896, p. 225-226 ;

deux surfaces planes jointes à angle droit à partir du méridien. Il présente les onze lignes horaires et les trois courbes saisonnières habituelles. La publication de la société nationale des antiquaires mentionne la présence d'un gnomon de cuivre rouge en forme de baïonnette.

Enfin, le dernier cadran connu provient de la nécropole romaine d'Hawara, près de Memphis¹⁶. Il est conservé à Londres, University College (n°-Inv. UC 16500). Réalisé en calcaire, il s'agissait certainement d'un cadran conique, même si l'état de conservation extrêmement fragmentaire de l'instrument ne permet pas de l'assurer. Il n'en reste en effet qu'un fragment de la partie droite, présentant cinq lignes horaires et une partie des trois courbes saisonnières. Il est daté du premier ou second siècle de notre ère.

De cette rapide présentation, plusieurs éléments se dégagent. Tout d'abord le peu de renseignements connus sur le contexte de découverte à chaque fois. « Trouvé dans la nécropole de la ville » est bien souvent l'unique information donnée, ce qui limite toute analyse plus approfondie de l'objet dans sa situation originelle. Si certains cadrans sont dans un état extrêmement fragmentaire, d'autres ne sont que légèrement endommagés et nous permettent une approche scientifique de l'instrument par le calcul de leur latitude de construction. Enfin, il faut noter la variété des types de cadrans rencontrés. Coniques, sphériques, plans verticaux, les cadrans découverts dans les nécropoles présentent des formes variées, des décorations riches (cadran d'Aquilée) ou inexistantes (Narbonne, Altino). On retrouve d'ailleurs la même variété de formes et de décors pour les *horologia* publiques. Il est ainsi probable que les artisans chargés de réaliser ces pièces, souvent d'après des épures et des plans standardisés, répondaient autant aux demandes de la cité que des particuliers. Enfin, le faible pourcentage de découverte d'horloges dans les nécropoles provient certainement des hasards de l'archéologie plutôt qu'à une rareté dans l'Antiquité. Preuve en est cette nécropole d'Altino, qui possédait au moins deux cadrans solaires. Les textes et l'épigraphie viennent également ajouter des preuves quant à cette habitude, du moins pour les plus fortunés, de placer un cadran solaire au-dessus du tombeau de leur proche ou du leur. Moyen encore une fois de repérer la tombe, le second cadran d'Altino, celui d'Aquilée et de Narbonne possèdent des dimensions en hauteur habituelles pour les cadrans de l'Antiquité. Seul le premier cadran d'Altino semble trop réduit pour servir de repère. Il reste cependant dans la norme des cadrans produits dans l'Antiquité. Repère donc, mais aussi symbole du temps qui passe, adéquat et recherché nous l'avons vu pour ces lieux fréquentés autant par les défunts que par les vivants. Mais cette symbolique, relativement claire dans le cas de l'objet réel, se retrouve aussi sur certains types de monuments, dans certaines décorations. Dans le cas du mobilier iconographique, elle semble même prendre une visée bien plus complexe, en association avec d'autres thématiques propres à la mort et au voyage dans l'au-delà.

4. REPRESENTER LE TEMPS QUI PASSE, L'ICONOGRAPHIE ET SON SYMBOLISME

L'horloge, en tant que cadran solaire, apparaît dans l'iconographie funéraire sur plusieurs types de support. Tout d'abord les stèles, ensuite les sarcophages. Le nombre de stèles est extrêmement réduit, il n'en est d'ailleurs connu qu'un seul exemplaire actuellement. Par contre, l'abondance de sarcophages, couvercle ou corps du monument, présentant un cadran est telle (plus de 30 objets) que nous ne pourrions tous les présenter ici. C'est pourquoi seuls les exemples les plus significatifs seront ici utilisés pour illustrer nos propos. Enfin, on rencontre des pièces plus rares où se trouve représenté le cadran solaire en association avec un

¹⁶ Sh. L. Gibbs, *Op. cit.*, p. 306, n° 3087 G ; W.-M. F. Petrie, « Roman Portraits and Memphis » dans *British School of Archeology in Egypt and Egyptian Research Account* 20, Londres, 1911, p. 20-21, pl. 16 et 23 ; N. Severino, *Orologi solari Greco-Romani, Aggiornamento al catalogo di Sharon Gibbs*, Edizione unica CD Rom, Roccascence, 2003.

squelette, un philosophe ou une figure mythologique particulière, sur des gemmes ou des autels.

4. 1. Les représentations sur sarcophages

Les représentations de cadrans sur des sarcophages ou des couvercles sont multiples. Elles ont été pourtant peu l'objet d'analyses et de commentaires. Seul G. Traversari, dans un article récent¹⁷ intitulé « *Le pelecinum*, un type d'horloge particulier figuré sur quelques reliefs de sarcophages d'époque romaine », offre pour la première fois dans l'histoire de la recherche sur les horloges une étude précise et détaillée de quelques sarcophages présentant un type particulier de cadran¹⁸. Après avoir rappelé que le ni corpus de Gibbs, ni d'autres études, n'ont pris en compte ces représentations, et que les rares mentions dans les catalogues ou études générales des reliefs se sont juste limitées à signaler (mais de façon extrêmement générale), la présence d'un cadran solaire, sans pourtant en expliquer ou indiquer la typologie et la véritable valeur ou signification dans le contexte figuratif, il présente les différents types de sarcophages existants, selon leurs représentations. Nous suivrons ici en partie sa classification, puis nous présenterons les hypothèses et réflexions concernant la présence de ces cadrans souvent bien particuliers. Le but de notre étude n'est cependant pas de discuter de la typologie des cadrans les plus fréquemment rencontré dans ces scènes (seul la stèle de Théodotos et l'autel du British Museum présentent des cadrans concaves aisément identifiables). Notons qu'il s'agit très vraisemblablement du cadran décrit par Cetus Faventinus¹⁹ comme le *pelecinum*, et dont on possède des exemples archéologiques très précis notamment le cadran de Narbonne, déjà présenté ici²⁰. Ce type de cadran devient extrêmement fréquent sur les reliefs et décors à partir du troisième siècle, date où Faventinus en fait la description par ailleurs. Pour la bibliographie relative à chacun des sarcophages présentés, nous reportons le lecteur à l'article déjà cité de Traversari, qui l'indique de façon exhaustive.

A. Les scènes philosophiques

Les sarcophages représentant le défunt sous l'aspect d'un philosophe, en relation avec un cadran solaire, appartiennent à trois catégories distinctes.

Tout d'abord les scènes où des Muses, en des attitudes variées, entourent le défunt représenté en poète ou en philosophe. Le cadran solaire apparaît associé à une haute colonnette²¹.

Nous trouvons ensuite les scènes où le défunt apparaît en pied ou assis sur un siège « curule », tenant un « volumen » entre les mains, c'est à dire tel un philosophe entre les philosophes, en attente ou en conversation²².

¹⁷ G. Traversari « Il pelecinum, un particolare tipo di orologio solare refigurato zu alcuni rilievi di sarcofagi » dans M. Fabo Santi (éd.), *Archeologia e astronomia (colloqui internazionale, Venezia 3-6 mai 1989)*, 1989, p. 66-73, planches 12, 13, 14.

¹⁸ Notons cependant l'étude de Rita Amedick sur les figurations de cadrans pour les scènes de voyage : R. Amedick, *Die Sarkophage mit Darstellungen aus dem Menschenleben, Vita Privata auf Sarkophagen IV*, 1991.

¹⁹ Cetus Faventinus, *Artis architectonicae privatis usibus abbreviatus*, XXIX. G. Traversari en fait une très bonne étude, en relation avec la typologie des cadrans présents sur les sarcophages qu'il a étudié.

²⁰ Consulter également l'opuscule de M.M.M Valdés, *Un monumento anunciado, El « Reloj de Yecla »*. ¿Verdadero o falso ?, 1996, à propos d'un objet en terre cuite très semblable à ceux représentés sur les sarcophages.

²¹ Citons les sarcophages conservés respectivement dans la crypte du *Duomo* de Palerme, dans le château *di Agliè*, Piémont, dans la villa Médicis à Rome, dans le *Museo Maffeiano* de Vérone, dans le *William Randolph Hearst Estate*, à Saint Simon de Californie, U.S.A, dans l'église *Santa Maria del Priorato*, ou sur l'Aventin, à Rome, dans la court du Belvédère, au musée du Vatican et enfin dans la cathédrale de Murcia, en Espagne.

²² C'est le cas sur les sarcophages suivants, conservés respectivement au *Museo Profano Lateranense*, dit « Sarcophage de Plotin », toujours au *Museo Profano Lateranense*, mais sur la *via Salaria*, au musée de la *Villa Torlonia* à Rome, dans la cathédrale *di Cagliari* et enfin dans le Musée National de Naples.

Le dernier type de ce même genre présent sur des sarcophages païens et chrétiens présente une scène centrale d'enseignement ou de discussion philosophique ou littéraire : dans le panneau central, le défunt avec une barbe, souvent longue, drapé dans le *pallium*, est assis sur une chaise *curulis* ou *castrensis*, avec un *volumen* ouvert entre les mains, posé sur les genoux ; il se tient devant un hermès, une figure masculine barbue ou féminine ou une Muse dans l'attitude traditionnelle de *Polimnia*. Derrière ces images, on retrouve le cadran sur une haute colonnette²³. Le cadran vient toujours agrémenter la scène philosophique. Il n'est pas montré directement, mais sa présence, indirectement, laisse planer l'ombre du temps. Les défunts sont représentés en tant que philosophes, mais ce n'est évidemment qu'une posture, une conception philosophique selon laquelle l'immortalité se trouve par la pratique de la philosophie. Et là encore, le cadran se comprend comme ce moyen de connaissance du temps, de maîtrise de sa vie dans tous ses aspects.

B. Les scènes de vie quotidienne

Il s'agit de scènes présentant divers moments de la vie des enfants, avec le bain suivant la naissance, l'allaitement, la leçon de lecture ou avec le moment de l'enseignement et ainsi de suite jusqu'à l'apothéose²⁴. Les Parques sont très souvent présentes, et Atropos se



Rome, Musée National Romain. R. Amedick, *Die Sarkophage mit Darstellungen aus dem Menschen, Vita Privata auf Sacophagen IV*, 1991, p. 153, cat 191.

présente toujours à côté d'un cadran solaire installé sur une colonnette, qu'elle désigne de la main droite. Ce genre de scène est présent sur la face avant d'un sarcophage, inséré dans la façade Est du *Casino Belrespito* de la *Villa Doria Pamphilj*, à Rome, daté de 175-200 de notre ère, en relation avec la représentation d'un jeune garçon, ainsi que sur la scène centrale d'un sarcophage conservé au Musée du Louvre. Un jeune garçon nous est présenté assis sur un large siège, vêtu d'une tunique et d'un ample *pallium* : il apparaît comme un *orator* ou *doctor*, avec la main droite levée, tandis que sa main gauche abaissée tient un *volumen* à moitié ouvert. Il est entouré de quatre muses, derrière lesquelles on trouve un petit cadran solaire sur une haute colonnette. Le cadran solaire en association avec les trois Moires ou Parques vient toujours amplifier le caractère mortel de l'être humain. Il signifie une fin, certes, indiquée par Atropos bien souvent, mais également un début, celui d'une nouvelle vie.

²³ Parmi les nombreux sarcophages de ce genre, retenons ceux-ci, conservés respectivement dans le Musée National Romain à Rome, toujours au Musée National Romain, dans le *Museo del Castello Sforzesco*, à Milan, dans la catacombe de *San Callisto* à Rome, dans l'intérieur de la *Tricora Orientale* (deux fragments), dans la catacombe de Pretestato, dans le palais Sanseverino, à Rome et enfin dans le cloître de San Paolo, en dehors du mur, à Rome.

²⁴ Voir notamment le sarcophage conservé à Rome, au Musée National Romain (Inv.112327),

C. Les scènes de voyage en voiture

Ces illustrations particulières²⁵, analysées par plusieurs auteurs, présentent souvent le même type de motif, fixé à la fin du troisième siècle de notre ère. Nous présenterons ici l'élément conservé dans le Musée Kircheriano (Inv. N° 8942), à Rome²⁶. Restitué à partir de plusieurs fragments, il en manque cependant la partie inférieure. La fonction originelle même de la plaque n'est pas assurée. Il s'agissait soit du couvercle d'un assez grand sarcophage, soit d'une plaque de *loculus* (niche dans laquelle le cadavre ou ses cendres étaient déposées). Dans tous les cas, le contexte funéraire est certain.

La scène se présente ainsi : sur la droite, un homme et une femme avec un cocher et deux chevaux sont précédés d'un *cursor* aux cheveux courts. Derrière cette scène, on distingue une tour, un cadran solaire et un arbre. À gauche, on remarque un bâtiment avec des chapiteaux corinthiens au rez-de-chaussée, au premier étage un balcon et une fenêtre, et au-dessus un toit à fronton. Du balcon, une femme regarde au dehors la voiture s'en aller. Un bâtiment funéraire crénelé vient fermer l'arrière plan à droite du bâtiment aux chapiteaux. Au premier plan est assise une nourrice ou une vieille servante, et devant elle un enfant. Les deux lèvent leurs mains pour saluer, geste auquel réplique le *cursor* en prenant la main de la vieille femme. Le relief est daté de 270-280 de notre ère.

Ces scènes de départ en voiture ont été décrites par Traversari uniquement dans une optique chrétienne. Pourtant, R. Amedick, dans une étude de ces documents particuliers²⁷, rappelle que ces scènes sont d'abord à voir comme des scènes de « dernier voyage », se teintant par la suite de significations chrétiennes. Weber, dans les scènes de voyages « privés », propose de voir une allégorie du *cursus vitae*. Cependant, l'allégorie littéraire du *cursus vitae* fournit uniquement une image de déplacement à pied. Il n'est jamais question de voiture²⁸.

Il est donc nécessaire d'étudier l'ensemble des éléments présentés. Tout d'abord, le décor en arrière plan des scènes avec une voiture présente des éléments avec des colonnes, des bâtiments funéraires, des cadrans solaires, éléments qui n'appartiennent pas au répertoire courant de la représentation du paysage. De plus les cadrans solaires sont souvent mis en parallèle avec des bornes miliaires, comme dans le cas du sarcophage de Sesto Fiorentino. Ces éléments en forme de colonnes supportant une forme sphérique souvent gravée de chiffres, seraient à comprendre comme une représentation de la mesure et de l'estimation du but. Les bornes miliaires, les cadrans solaires, et les bâtiments funéraires dans les scènes de voyage en voiture donneraient ainsi un motif de réflexion philosophique sur le déroulement et la fin de la vie. Indication dans ce sens non seulement pour le spectateur, mais également pour le mandataire du sarcophage, qui se fait représenter en tant que philosophe en pleine discussion. Il avait réfléchi à ces questions. À travers le geste du serviteur que l'on retrouve sur le couvercle à *Sesto Fiorentino*, on veut également montrer que les voyageurs discutent de la course du temps. Ainsi, il ne s'agit pas obligatoirement d'une représentation symbolique du *cursus vitae*. Le cadran solaire est là pour rappeler l'omniprésence du temps, sa permanence,

²⁵ Présentes notamment sur le sarcophage du Palais communal de Sesto Fiorentino, de la maison du prince Aldobrandini à Ostie, et probablement sur un fragment de couvercle de sarcophage conservé à Berlin dans la section byzantine, même si dans ce cas, comme sur d'autres fragments présentant ce motif, la présence du cadran solaire n'est pas assurée. Pour une étude de ces scènes en général, voir R. Amedick, *op. cit.* (note 18) ; T-M. Schmidt, « Ein neuerworbenes Sarkophagfragment mit der Darstellung einer Wagenfahrt in der Frühchristlich-byzantinischen Sammlung » dans *Forschungen und Berichte* 27, 1989, pp. 155-161 ; G. Traversari, *op. cit.* (note 17) ; W. Weber, *Die Darstellungen einen Wagenfahrt auf römischen Sarkophagdeckeln und loculusplatten des 3. und 4. Jahrhunderts n. Chr.*, Rome, 1978, p. 135, pl. 24,2.

²⁶ R. Amedick, *op. cit.* (note 18), p. 153, pl. 191.

²⁷ *Ibid.* p. 46.

²⁸ *Ibid.* p. 53.

et le fait que souvent les personnages de la scène le regardent, le montrent, prouve son importance dans la scène.

D. Les scènes de banquet

Un dernier type de représentation de cadran sur les sarcophages est la figuration du banquet, banquet à caractère clairement eucharistique²⁹ ou plus général³⁰ avec des scènes à sujet bucolique ou champêtre, certainement banquet funéraire cependant.

Nous prendrons ici comme exemple un sarcophage extrêmement intéressant par son iconographie, celui d'Herakleion³¹. L'ensemble de la pièce est traité comme un *kline*, avec



Hérakleion, sarcophage avec cadran solaire (à droite) et squelette inanimé (à gauche). Katherine M. D. Dunbabin, « sic erimus cuncti... The skeleton in Graeco-Roman Art » dans *Jahrbuch des Deutschen Archäologischen Instituts* 101, 1986, p.207.

des colonnes aux angles et un drapé le recouvrant. Le couvercle est perdu, mais il devait représenter le défunt couché dans la position des personnes banquetant. Le décor, malheureusement fortement abrasé, est là particulièrement adéquat pour figurer le thème de la mort. On trouve une petite table à trois pieds chargée de fruit et probablement de gâteaux. Un panier est représenté en dessous, avec autour un oiseau et une souris, se délectant des miettes. A côté de la table, un squelette se tient, inanimé, les mains reposant sur ses flancs. Trois petits personnages sont également sculptés. Ils représentent les serviteurs, les acrobates. On trouve un jeune garçon nu servant à boire, un autre jouant de la flûte, et un personnage drapé tenant un rouleau et effectuant un geste de déclamation. Le long de la face principale, à la base, est inscrit le nom du défunt : ΠΟΛΥΒΟΣ, Polybe. La forme des lettres est caractéristique du premier siècle de notre ère. Sur le côté droit du sarcophage, on remarque un esclave, assis, tenant une lanterne, patientant avant de ramener son maître chez lui³². Sur le côté gauche, un

²⁹ Par exemple sur un fragment de sarcophage du *Museo Pio Cristiano*, près de Laterano.

³⁰ Par exemple sur les couvercles des sarcophages du cimetière de *Novaziano*, sur la via Tiburtina, à Rome et du musée du Louvre.

³¹ Voir à ce sujet S. Alexiou, *Guide to the Archaeological Museum of Heraclion*, 1968, p. 126 ; W. Altmann, *Architektur und Ornamentik der antiken Sarkophage*, 1902, p. 39-41 fig. 13, pl. 1 et surtout, concernant le thème du squelette dans ce sarcophage, Katherine M. D. Dunbabin, « *Sic erimus cuncti ... The skeleton in Graeco-Roman Art* » dans *Jahrbuch des Deutschen Archäologischen Instituts* 101, 1986, p. 206-208.

³² Ce thème de l'esclave à la lanterne associé à un cadran solaire se retrouve sur une représentation en terre cuite : S. Loeschcke, *B.J* 118, 1909, p. 379, fig 4,3. Il s'agit d'un moyen d'indiquer le temps qui passe pendant le repas, l'attente de l'esclave, tout comme la brièveté du temps du repas, et de la vie en général.

jeune personnage, tenant ce qui ressemble à une outre, se tient en dessous d'un très large cadran solaire concave.

Ici, tous les attributs du banquet sont présents : le squelette est un rappel de la mort, et donc un appel à profiter de la vie et de ses plaisirs. Le cadran solaire est là aussi, certes pour indiquer la bonne heure pour commencer ou terminer les banquets³³, mais surtout pour rappeler que tout à une fin, que la vie est courte et qu'il faut donc en profiter à chaque instant. Son association avec le squelette est rare, il s'agit d'ailleurs de la seule connue sur un sarcophage à ce jour. Il convient enfin de remarquer la forme particulière du cadran, peu commune sur les sarcophages, et qui rappelle la stèle de Thédotos. Il s'agit d'un cadran concave, présentant les onze lignes horaires habituelles sur ces cadrans. Il dénote par la précision de sa gravure et son aspect très « fonctionnel », ce qui n'était pas le cas des autres cadrans de type « *pelecinum* » rencontrés auparavant.

5. 3. Hermès Psychopompe et l'autel du *British Museum*.



Un dernier exemple de représentation de cadran solaire en relation avec un élément funéraire se trouve sur un autel circulaire conservé au *British Museum* (N° - Inv. 1861-0523-3)³⁴. La provenance de l'autel est inconnue, mais on retrouve des éléments stylistiques proches des Cyclades ou de la Grèce de l'Ouest. L'ensemble est daté du deuxième siècle avant notre ère. On y aperçoit un cadran solaire isolé vers lequel se tourne Hermès Psychopompe (qui conduit l'âme), cadran qu'il indique d'un geste afin de montrer que l'heure de la mort est arrivée, tandis qu'il se tourne vers un personnage féminin assis, lui-même en discussion avec une figure debout lui tenant la main.

Ici, comme sur d'autres scènes, le geste fatidique vient renforcer la symbolique précise du cadran. Que l'on me permette de mentionner ici un sarcophage conservé à Rome, au Musée National Romain (Inv.112327)³⁵, où dans une scène de bain, probablement le bain du nouveau né, une femme apparentée aux muses pointe du doigt un cadran tout en regardant la mère éplorée. D'autres scènes sont tout aussi poignantes, et permettent d'insister sur le rôle particulier du cadran solaire. Loin d'être un décor, il sert bien à rappeler le moment du départ,

³³ Que l'on se souvienne de Trimalcion avec son horloge sonnante. D'autres représentations, notamment à Antioche, associent le cadran solaire avec le thème du banquet (D. Levi, *Antioch Mosaic Pavements*, 1947, p. 219-221, pl. 49a-c.

³⁴ O. Brendel, « Symbolik der Kugel, Archäologischer Beitrag zur Geschichte der Alteren Griechischen Philosophie » dans *Mitteilungen des Deutschen Archäologischen Instituts, Römische Abteilung* 51, 1936, p. 90, n° 5 pl. 12 ; E. Pfuhl, H. Möbius, *Die Ostgriechischen Grabreliefs*, Mainz 1977, T. I, n° 1105 ; A. H. Smith, *A Catalogue of Sculpture in the Department of Greek and Roman Antiquities*, British Museum Vol. 1 (London, British Museum, 1892), 332, n° 710.

³⁵ Sarcophage connu sous le nom de sarcophage de la bataille de Portonaccio. Voir R. Amedick, *op. cit.* (note 18), p. 151, Pl. 62 et 63. Elle ne mentionne cependant pas le cadran solaire, extrêmement arasé. Sa présence est néanmoins assurée par le geste de la femme et la typologie de la scène.

le moment de la mort. Dans le cas de l'autel du *British Museum*, l'association avec Hermès Psychopompe est d'autant plus compréhensible.

C'est lui qui vient chercher le défunt lorsque le moment est venu. De plus, ce genre d'association Hermès / cadran solaire n'est pas unique, d'autres références existent et assurent de la popularité du thème et de sa force symbolique³⁶. Ce qui frappe le plus pourtant, dans cette représentation iconographique, c'est la qualité de représentation du cadran, unique jusqu'à présent dans l'ensemble du corpus iconographique gréco-romain. On distingue parfaitement le type, un cadran conique, les trois courbes de déclinaisons, les onze lignes horaires, les pieds en forme de pattes de lion, même le gnomon et les ailes du cadran sont ébauchés. Il ne s'agit pas seulement d'une représentation hâtive comme dans les cas précédents, mais d'une sculpture élaborée, soignée, destinée à fidèlement reproduire la réalité. Doté d'un véritable style, le cadran pourrait presque fonctionner.



CONCLUSION

Si maintenant nous tentons de reprendre l'ensemble des informations données, si nous considérons comme un tout les sources utilisées, littéraires, épigraphiques, archéologiques et iconographiques, ce qui frappe à première vue, c'est le nombre et la valeur des documents conservés présentant l'horloge dans un contexte funéraire ou associée à l'idée de la mort, de l'au-delà. Comment pourrait-il ne rien y avoir à dire, comment passer sous silence cet élément caractéristique de la mentalité gréco-romaine ? Car il y a tant à dire, tant à découvrir encore aujourd'hui, afin de présenter un panorama le plus complet possible des rapports de l'homme au temps, de l'horloge au monde funéraire. La littérature latine est très claire sur le rôle symbolique de l'horloge, annonciatrice de la mort ou calculatrice de la date fatidique, moyen de se rappeler sa condition ou de profiter des plaisirs de la vie. L'épigraphie nous la présente jouant le même rôle, elle vient de plus donner au défunt la certitude que son nom sera lu, qu'il ne disparaîtra pas des mémoires. Associée à Atropos dans les reliefs, elle devient un attribut indispensable, un moyen de présenter de façon concrète ce calcul et cette inexorabilité. Les autres représentations en font un instrument symbolique bien éloigné de la simple explication qui en faisait un élément de paysage tel que l'on pouvait le rencontrer dans les villes et lieux publics alors, ou dans les cours et académies grecques et romaines, ou jamais il ne manquait.

Certes, si l'on ne prend pas en compte la littérature, l'épigraphie, cette explication pourrait se suffire à elle-même. Mais la réalité est plus complexe. Les sources ne sont pas muettes, ni inexistantes. L'horloge, en des contextes bien précis, avait cette valeur de *memento mori*, elle participait à la création d'un modèle de représentation de la mort, du passage dans une autre vie. C'est même autour d'elle que cette articulation se faisait, certes associée à des figures mythologiques tout aussi indispensables, à des types représentatifs connus et répétés, tels les scènes de voyage en voiture ou de lectures, d'apprentissage sous les traits de philosophes. Et si les auteurs, les particuliers choisissant leur épitaphe chez le lapicide, leur relief chez le graveur, acceptaient le motif, c'est qu'il leur parlait, que l'horloge possédait intrinsèquement cette valeur si commune de nos jours, et probablement dans l'Antiquité, du moins à partir du premier siècle avant notre ère dans l'état actuel des connaissances. Enfin, ce motif apparaissait en plus dans des lieux dédiés à la mort et à la vie

³⁶ Voir ainsi E. Pfuhl, H. Möbius, *Op. cit.* (note 34), T. II, n°. 2034 ; 2319.

(car animés, un peu comme au Moyen-Âge ils pouvaient l'être), il s'insérait parfaitement parmi les autres élévations, les autres monuments des nécropoles. Nous sommes les bénéficiaires de cette symbolique, les dépositaires de cette évolution, rapide, qui a donné à l'horloge tant de facettes et de fonctions. Les thèmes aujourd'hui communs de l'horloge et de la mort, les maximes et sentences en latin, ne datent pas de l'époque médiévale mais de l'Antiquité, bien évidemment réadaptés, transformés, recréés³⁷.

Mais il reste à savoir comment et à quelle époque de tels motifs sont apparus, dans quelles conditions le cadran solaire, et quel type particulièrement, va se trouver investi d'une telle symbolique. Car si le type du *pelecinum* est courant, pour ne pas dire unique, à partir du troisième siècle de notre ère, les raisons de son apparition ou de son absence auparavant demeurent obscures. De même pour les textes, qui ne remontent guère au-delà du premier siècle de notre ère. Une étude plus poussée des textes et mobiliers antérieurs au II^{ème} siècle avant notre ère permettrait peut-être de mieux comprendre cette étape fondamentale dans la compréhension des mentalités et de leurs évolutions.



Comme le temps passe !!!



³⁷ Pour une étude des symboles et représentations en rapport avec la mort, dont l'horloge et la problématique du temps au Moyen Âge, voir P. Ariès, *Images de l'homme devant la mort*, Paris, Seuil, 1983.



Cadrans et heures antiques TS Davis

traduction Dominique Collin

M. Dominique Collin s'est lancé dans la recherche de la nature géométrique des "lignes horaires antiques". Elles ne sont en effet pas aussi simples et rectilignes que l'on pourrait croire. Aussi, D. Collin se propose de constituer un dossier sur le sujet comprenant des traductions de textes sur ce thème, d'écrire ses commentaires et de relever les références documentaires.

*Rappelons que les cadrans antiques donnaient à lire des heures temporaires appelées également « heures antiques » ou « heures inégales ». C'est-à-dire de durées variables correspondant à la douzième partie de l'intervalle de temps compris entre le lever et le coucher du soleil (réf *Énomonique moderne* de D. Savoie p 15).*

Le dossier des "lignes horaires antiques"

- **La démarche** de D. Collin est la suivante:

° **A) Traduction du mémoire de Davies** : "Recherche sur le caractère géométrique des lignes horaires dans les cadrans solaires antiques par T.S. Davies, Esq. F.R.S.Ed. F.R.A.S. (Lu le 21 février 1831). Transaction of the Royal Society of Edinburgh, volume 12, p. 77-122, 1834".

L'objectif principal de Davies est d'établir la démonstration définitive que les lignes horaires temporaires ne sont pas des arcs de grand cercle de la sphère ni ces cercles tout court. Il s'attache ensuite à déterminer ce qu'elles sont mais sans vraiment y parvenir ; la nature de ces courbes était encore inconnue à son époque. Il donne cependant l'équation du « cône ondulé » dont l'intersection avec la sphère donne les heures. Ce sont les surfaces hectémorales de centre: "le centre de la sphère céleste" (extrémité du gnomon droit). De là, il fournit une équation polaire générale des lignes horaires temporaires pour tout cadran plan tangent à la sphère céleste, mais hélas sans aucune figure représentative de ces lignes, se contentant de citer les portions rectilignes de ces courbes comme on peut les voir sur les huit cadrans de la Tour des Vents à Athènes. Il donne aussi une méthode de construction géométrique (à la règle et au compas) point par point des lignes horaires temporaires pour le cadran horizontal, tenant compte de la latitude du lieu du cadran.

° **B) Traduction de l'article de Hugo Michnick** « Contribution à la théorie des cadrans solaires » - RAPPORT ANNUEL DU LYCEE ROYAL DE BEUTHEN SUR L'ANNEE SCOLAIRE 1913/1914".

Dans cette étude, H. Michnick étudie l'aspect mathématique des lignes horaires temporaires. Il suit la même démarche de Davies (auteur qu'il ne cite jamais) : il donne les équations des lignes temporaires projetées respectivement sur un plan tangent au pôle céleste, sur un cylindre tangent à l'équateur céleste, donne leur projection stéréographique (depuis le pôle Sud), puis leur projection sur le plan équatorial. Il donne leur projection sur un cône de révolution et reconnaît par là définitivement (et le démontre en passant par leur rectification et leur rayon de courbure) leur nature géométrique.

Dans un cadran plan horizontal, ce sont des courbes en épi (courbes seulement étudiées en 1885 par Aubry), et sur la surface de la sphère, des sinusoides sphériques (étudiées par Chales en 1875). Là non plus on ne peut observer de tracées des telles courbes.

° **C) Traduction du chapitre II** du livre "Theorie der Sonnenuhren" de Joseph Drecker, 1925.

Le chapitre II est exclusivement réservé à l'aspect historique des recherches sur les lignes horaires temporaires et leur état actuel de connaissance. Il présente la démonstration de Clavius qui est le premier à avoir établi que ces lignes ne sont pas des arcs de cercles. Cite Maurolycus, Commendinus, Fulligati, Maignan, Dechales, De la Hire, Montucla, Jacquier, Fergusson, Hellinwerf, Delambre, Settele,

Cadell, Davies et enfin H. Michnik.

Il expose la démonstration de Delambre, donne l'écart entre la ligne temporaire et l'arc de grand cercle sur la sphère et fourni un tableau des écarts pour quelques latitudes. Il expose ensuite les recherches de W.A. Cadell complétées mathématiquement par T.S. Davies, puis celles de H. Michnik.

° **D) Etude personnelle de l'article de T.S. Davies** intitulé "Commentaires, Analyses et Supplément", à l'étude des lignes horaires temporaires.

° **E) Compilation des références** citées par Drecker, Davies et Michnik.

- Mise à disposition du dossier :

° L'ensemble du travail de M D. Collin sera mis à la disposition de tous, sous forme numérique et papier pour les points A à E et seulement sous forme numérique pour la compilation E (compte tenu de l'intérêt spécifique et du nombre de pages).

° Dans ce numéro 21 de Cadran Info est présenté dans sa totalité le document A, avec en annexe pour la version CD, les diapositives de présentation de M. D. Collin lors de la réunion d'octobre 2009 de la CCS.

° Dans le n° 22 d'octobre 2010 est prévu les documents B, C et D et en annexe pour la version CD, la compilation E.

Sachant qu'il y a encore d'autres pistes d'étude sur les lignes temporaires, que le sujet n'est pas si fermé qu'il n'y paraît et si certaines questions (historiques) sont résolues et achevées (mathématiquement), d'autres sont encore à creuser. Le dossier restera donc ouvert à tous.

Recherche sur le caractère géométrique des lignes horaires dans les cadrans solaires antiques par T.S. Davies, Esq. F.R.S.Ed. F.R.A.S. (Lu le 21 février 1831.)

Transaction of the Royal Society of Edinburgh, volume 12, p. 77-122, 1834.

Il resterait à résoudre un problème plus général, à trouver la courbe hectémoréale sur la sphère même, et sur un cadran quelconque.

Delambre, Conn. des temps, an. 1820, p. 341.

La nature de ces lignes sujettes à de nombreuses recherches, n'a jamais été déterminée. Les lieux des points qui divisent l'arc semi-diurne en n parties égales, ont pratiquement toujours été considérés comme des grands cercles et leurs projections sur un plan, qui sont les arcs-diurnes en question, sont par conséquent vues comme des droites. CLAVIUS fut le premier à poser la question, et à prouver l'erreur de cette opinion; MONTUCLA (ou encore LALANDE) non seulement réfute que ce soient des cercles, mais affirme que ce sont des courbes de forme « très bizarres ». Cette dernière proposition, qui est en partie vraie et en partie fausse, semble avoir été inconsidérément étudiée, et ne provient d'aucun raisonnement satisfaisant. Ce ne sont pas des arcs de cercle, c'est vrai, mais comme le dit DELAMBRE : « il y a beaucoup d'exagération à donner une forme très bizarre à des lignes qui, dans aucun des cadrans qu'on a tracé de cette manière, n'ont jamais pu s'écarter sensiblement de la ligne droite¹ ». M. CADELL, dernier auteur qui a abordé ce sujet, excepté DELAMBRE, montre vraiment clairement que la courbe sur la sphère n'est pas un grand cercle ; mais il n'a pas prouvé mathématiquement que ce ne sont pas des cercles. Son raisonnement sur ce point et sur la forme, n'est pas autre chose qu'une approche expérimentale, — « cela ressemble à un petit cercle, et cependant ce n'en est pas un ». « Si », dit-il, « les petits cercles ainsi placés sont dessinés sur la sphère, ou projetés sur un plan, il se pourrait que leur course dévie totalement de celle de l'hectémorie. Les lignes hectémoréales, cependant, ne coïncident pas avec les petits cercles de la sphère, ni avec les

¹ Connaissance des Temps, pour l'an 1820. Mémoires de l'Institut, tome XIV. p. XXXI, vol. XII. PART I.

sections coniques de la projection centrale² ». DELAMBRE lui-même, indiscutablement la plus grande autorité de son temps sur tout ce qui est relatif à l'astronomie ancienne, a toujours considéré l'hectémorie comme étant rectiligne, jusqu'à ce qu'il prenne connaissance du mémoire de Mr. CADELL, et qu'il découvre que ses propres équations montrent qu'elles s'écartent de la droite³. Encore qu'il n'a pas examiné ce qu'elles sont réellement, il n'a pas montré non plus qu'elles pouvaient être des sections coniques, ou des lignes de plus haut degré, ou non plus distingué qu'elles pouvaient être des courbes algébriques ou transcendantes.

De plus, ses équations⁴ n'ont pas été établies pour montrer la nature de ces courbes, cependant, elles auraient pu, avec un peu d'adresse, être adaptées au calcul des positions des points le long de leur trajectoire. Il peut être remarqué aussi dans les expressions de M. CADELL⁵, qu'elles sont également incapables de fournir les propriétés de l'hectémorie comme par exemple la classe des courbes à laquelle elle appartient, non plus qu'il semble possible d'extraire d'elles aucune preuve décisive qu'elles sont ou non la représentation d'une section conique. En effet, si cela avait été le cas, il ne fait aucun doute que M. CADELL les aurait rendues disponibles dans ce but, au lieu de remplacer le syllogisme mathématique par des essais expérimentaux, dont le sujet a à la fois incontestablement besoin.

Avec les faits que l'on vient de voir, il m'est apparu le plus satisfaisant comme finalement le plus simple, d'agir de cette manière et de revenir aux premiers principes et obtenir, si possible, une équation générale de ces courbes. Comme le résultat de ma recherche répond à la question en montrant l'exact caractère de ces courbes et, comme il a l'avantage d'être effectué par les principes qui englobent toutes les circonstances de la recherche, j'ai l'honneur de l'offrir à la Société Royale d'Édimbourg, et j'ai l'espoir qu'il puisse être digne de prendre place dans les Transactions.

Bath, 24 février 1830.

Équations des courbes Hectémoréales sur la surface de la sphère

I

La courbe est repérée par rapport au grand cercle de coordonnées, en prenant pour origine l'intersection du méridien du lieu avec l'équateur, et en effectuant les mesures sur ces cercles ; de plus posons :

I = inclinaison de l'équateur sur l'horizon, ou colatitude du lieu pour lequel le cadran est construit,

D = déclinaison (du soleil) de n'importe quel arc semi-diurne correspondant, et

L = longitude d'un point sur une de ces courbes de déclinaison D ;

alors, par des triangles sphériques rectangles :

$\sin^{-1}(\tan D \cot I)$ = différence ascensionnelle, ou complément de l'arc semi-diurne ; et donc :

$$L = \frac{90^\circ - \sin^{-1}(\tan D \cot I)}{\sin I}, \text{ ou} \quad \tan D = \tan I \cos(nL) \quad (A_{D,L})$$

² Edinburgh Transactions, vol. VIII. p. 68.

³ Connaissance des Temps, *ubi sup.*

⁴ Histoire de l'Astronomie Ancienne, Tome II, p. 475.

⁵ Édimbourg Transactions, *ubi sup.* p. 65.

C'est l'équation générale de l'hectémorie sur la surface de la sphère, dont nous pouvons maintenant examiner quelques propriétés dans le but de fournir des moyens d'affirmer si elle est ou non un cercle.

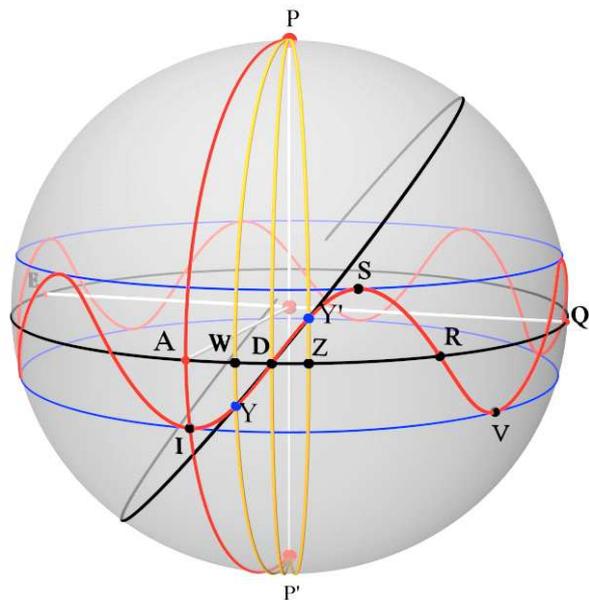
II

La courbe est continue, et les lignes journalières en question constituent en général une partie seulement de la courbe dont nous venons juste de déduire l'équation. Cela apparaîtra à partir de la forme sous laquelle est invoqué $\cos(nL)$, une quantité qui variera continuellement avec L . Nous tracerons la courbe à partir de ses variations.

En procédant de la même manière, nous trouverons une répétition des mêmes résultats, et dans le même ordre jusqu'à ce qu'un autre tour complet soit ajouté à la valeur de nL . Par conséquent les nombreuses vagues de la courbe sont indéfiniment reproduites à intervalles réguliers sur la sphère.

III

Alors, après un passage d'abscisse égale à $4AD$, la courbe revient à la position V correspondant à la position I que nous avons pris comme point de départ ; si $4AD$ est un multiple de 360° , la courbe, après une révolution de L , tombera sur celle qui est déjà tracée; ceci dit, si AD est un sous-multiple de 90° , auquel cas non. Si $4AD$ est un sous-multiple de $2, 3, 4 \dots$ quadrants, alors, après plusieurs tours de l'angle L les courbes retrouveront leur positions d'origine, et retraceront les mêmes séries de vagues.



VALEURS DE nL		RESULTATS	CONSEQUENCES
= à	intervalle		
0°	$\cos nL = 1, \tan D = \tan I$ et $D = I + \begin{cases} 0^\circ \\ 180^\circ \end{cases}$.	Alors la courbe passe par les 2 points d'intersection de l'horizon avec le méridien du lieu.
...	$0^\circ, 90^\circ$	$\cos nL < 1$, et décroît continûment quand L croît.	La courbe est concave en direction de l'axe (équateur).
90°	$\cos nL = 0, \tan D = 0$, et $D = \{0^\circ, 180^\circ\}$.	La courbe coupe l'axe au point D (fig.1), de telle sorte que $AD = \frac{90^\circ}{n}$.
...	$90^\circ, 180^\circ$	$\cos nL$ est négatif (-) et augmente lorsque L augmente.	La courbe est tracée de l'autre côté de LQ , et est concave par rapport à cet axe (ou en direction de cet axe).

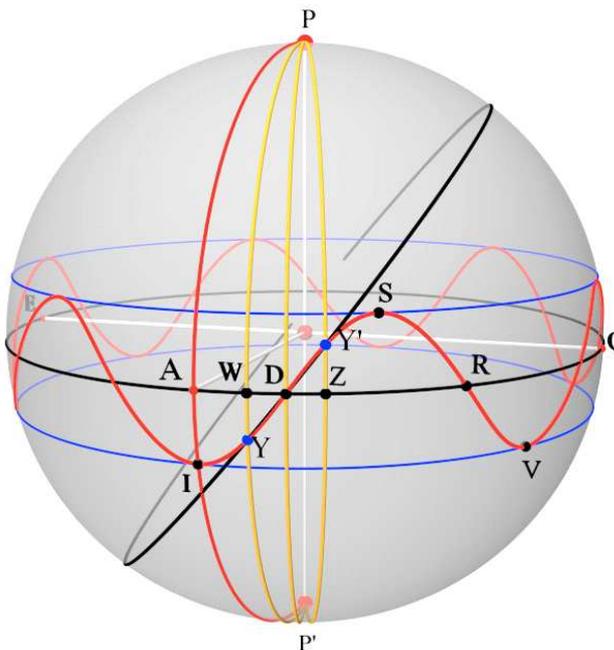
180°	$\cos nL = -1$, c'est la plus grande valeur possible de ce côté, $\tan D = -\tan L$; $D = -I + \begin{cases} 0^\circ \\ 180^\circ \end{cases}$.	La courbe retourne vers l'axe.
...	$180^\circ, 270^\circ$	$\cos nL$ est toujours négatif, mais diminue en valeurs	La courbe s'incurve vers le bas de nouveau vers l'axe tout en étant concave.
270°	$\cos nL = 0, \tan D = 0$, et $D = \{0^\circ, 180^\circ\}$.	La courbe rencontre l'équateur au point R , de ce fait : $AR = \frac{270^\circ}{n}$.
...	$270^\circ, 360^\circ$	$\cos nL$ devient + et augmente du côté positif de l'axe, et D augmente aussi.	La courbe est concave en direction de ses axes.
360°	$\cos nL = 1, \tan D = \tan I$, et $D = I + \begin{cases} 0^\circ \\ 180^\circ \end{cases}$.	La courbe est arrivée à un état semblable à son état d'origine.

Si on a $4AD$, c'est que $\frac{4 \times 90^\circ}{n}$ est incommensurable avec 360° , et tous ses multiples ; ou, en d'autres termes, si n est irrationnel, alors les courbes n'auront jamais de telles répétitions. Toutefois, dans l'hectémorie proprement appelée, la valeur de n est toujours rationnelle.

Il est encore plus clair que toutes ces branches sont égales à une autre, étant similairement dérivée des fonctions trigonométriques dont les valeurs successives aux points correspondants sont égales à tous les changements de signe et d'amplitude. Si une démonstration plus détaillée est demandée, celle-ci est facilement effectuée de la façon suivante :

Prenons WD égal à DZ (Fig.1), mais sur le côté opposé à D .
Alors,

$$\begin{aligned} \cos n AW &= \cos(90^\circ - n WD) = \sin n WD \\ \cos n AZ &= \cos(90^\circ + n AZ) = -\sin n AZ = -\sin n WD \end{aligned}$$



Ainsi la formule $(A_{D,L})$ devient

$$\begin{aligned} \tan D &= \tan I \sin n WD \text{ pour le point } W, \text{ et} \\ \tan D &= -\tan I \sin n WD \text{ pour le point } Z, \end{aligned}$$

et les branches ID et DS à égale distance de l'extrémité commune, sont ainsi respectivement égales, mais en position inversée.

IV

Le même grand cercle sera tangent aux branches de la courbe en D , mais sera sur différents côtés de celui-ci dans les deux hémisphères. Pour ce que nous venons juste de voir, la courbe est composée d'égales et semblables branches, mais en position inversée, et cependant nous devons considérer qu'un quelconque grand cercle passant par D

coupera d'égales positions de chaque côté d'elle. Ainsi, quand le cercle YDY' cesse de couper une branche, l cessera de couper les autres, et il leur deviendra simultanément tangent ; et la courbe a ses points d'inflexion aux intersections avec l'équateur.

La même conclusion devrait cependant être clairement obtenue à partir des formules. Pour cela, considérons Y un point de l'hectémorie, et joignons DY par un arc de grand cercle. Alors, pour trouver l'angle sphérique YDW , nous avons les côtés DW et WY du triangle rectangle WDY . Alors,

$$\begin{aligned} \sin WD &= \cot WDY \tan WY \text{ ou} \\ \sin \left(\frac{90^\circ - nL}{n} \right) &= \cot WDY \tan D \\ &= \cot WDY \tan I \cos nL, \text{ ou} \\ \cot WDY &= \sin \left(\frac{90^\circ - nL}{n} \right) \cot I \sec nL \end{aligned}$$

Si nous posons $nL = 90^\circ$ dans cette expression générale de l'angle WDY , alors :

$$\cot DWY = \frac{\sin 0^\circ \cot I}{\cos 90^\circ} = \frac{0}{0}$$

Pour obtenir ensuite la valeur finale de $\cot WDY$, nous prenons la différentielle des coefficients des facteurs du membre de droite, au lieu des facteurs eux-mêmes ; nous obtenons alors

$$\cot WDY = \cot I \frac{\frac{\cos \left(\frac{90^\circ - nL}{n} \right) \times -dL}{-n \sin \left(\frac{90^\circ - nL}{n} \right)}}{\frac{dL}{dL}} = \frac{1}{n} \cot I, \text{ lorsque } nL = 90^\circ;$$

D'où $\tan WDY = n \tan I$.

Ainsi, la tangente de l'angle que la courbe fait avec l'axe au point d'intersection, est toujours n fois celle de l'inclinaison de l'équateur sur l'horizon.

V

Nous allons maintenant discuter de l'équation $(A_{D,L})$ sous un autre aspect, en prenant le méridien $P'AP$ comme axe, A étant l'origine précédente. La recherche sera plus convenablement conduite en écrivant l'équation sous la forme :

$$\cos nL = \tan D \cot I \tag{B_{D,L}}$$

Nous pouvons maintenant considérer que les valeurs de D ne sont pas coupées sur les grands cercles à travers E et Q , mais sur des petits cercles parallèles à EQ . Par conséquent nos coordonnées L vont être déterminées sur ces parallèles. Il apparaîtra clairement que c'est là le principe d'une équation polaire de la courbe.

Si nous mettons l'équation $(B_{D,L})$ sous la forme :

$$L = \frac{\cos^{-1}(\tan D \cot I)}{n}$$

c'est très compliqué, car pour n'importe quelle valeur spécifique de D il y a aura autant de valeurs de L qui peuvent être issue d'une révolution entière. Si n est irrationnel, elles seront toutes différentes l'une de l'autre ; si n est fractionnaire ou entier, elles se reproduiront dans le même ordre, et après plusieurs périodes retrouverons la série initiale, *ad infinitum*.

Si n est une fraction propre, la quantité L sera plus grande que le demi-arc diurne, et la courbe passera sur la portion nocturne de la sphère, ou continuera derrière et se lèvera de nouveau sur la portion diurne. Ces positions peuvent être fixées après plusieurs révolutions, en fonction de la valeur de la fraction n (c'est trop évident pour que cela mérite davantage de précision).

VALEURS DE D		RESULTATS	CONSEQUENCES
= à	intervalle		
I	$\cos nL = 1, L = \{0^\circ, 270^\circ\}$.	La courbe coupe le méridien en I .
...	$I, 0^\circ$	$\tan D$ diminue, et donc $\cos nL \tan I$; et donc à nouveau $\cos nL \tan I$ décroît et nL augmente.	La courbe s'étend sur le côté positif de l'abscisse..
0°	$\cos nL = 0$, et $L = \frac{90^\circ}{n}$.	La valeur de L correspondant à $D = 0^\circ$, est la même que celle trouvée dans le procédé.
...	$0^\circ, -I$	$\cos nL$ est $-$, et par conséquent la quantité est plus grande que 90° .	La courbe continue à s'étendre sur le côté positif de l'abscisse L .
$-I$	$\tan D \cot I = -1, nL = 180^\circ$, $L = \frac{180^\circ}{n}$.	Le même résultat est obtenu comme précédemment pour D et L à la seconde intersection..
...	$\pm I$, à $180^\circ - I$	$\cos nL > \pm 1$, ce qui est impossible.	Par conséquent la courbe n'a pas de point s'étendant en-dessous de la déclinaison = I dans n'importe quel hémisphère..
...	$180^\circ - I$, $180^\circ + I$	Le système de changement de valeurs prend place sur l'autre côté du globe, ce qui fait que sous l'horizon, les points correspondants aux deux systèmes sont diamétralement opposés. Par conséquent, si nous concevons un diamètre mobile le long d'un système, son extrémité opposée tracera l'autre système. Ces séries sont les hectémories nocturnes, ou les lignes qui divisent l'arc semi-nocturne en n arcs. Autrement dit c'est le système qui se forme aux antipodes.	

VI

La question alors, à ce moment, est décidée. L'hectémorie n'est pas un cercle ; le cercle n'a pas de propriétés communes avec celles que nous avons vues pour caractériser cette classe de courbe.

VII

L'espèce d'une courbe dépend de sa relation avec ses constantes; l'ordre d'une courbe dépend de sa relation avec ses variables. Cependant, il arrive souvent que les relations spécifiques concernant les constantes, affectent aussi l'ordre d'une courbe ; et lorsque cela arrive, c'est par dégénérescence de ses plus hauts termes, ou par destruction de toutes celles qui ne contiennent pas une variable facteur commun de l'ensemble. Cette circonstance a lieu dans le cas qui nous occupe ; pour autant, en général, la courbe sur la sphère est d'un plus haut degré que le cercle, et par conséquent est une courbe à double courbure, encore que, dans des cas particuliers, elle devient un grand cercle de la sphère. Elle ne devient cependant, jamais un petit cercle. L'équation générale $(A_{D,L})$, et ses variations, déterminent ces cas avec une grande simplicité.

$$1. \text{ Prenons } L = \frac{\cos^{-1}(\tan D \cot I)}{n}.$$

Si à cet égard $I = 90^\circ$, alors $\cot I = 0$, et

$$L = \frac{\cos^{-1}(0)}{n} = \frac{90^\circ}{n}, \text{ pour chaque point de la courbe.}$$

Alors, ces hectémories sont les lignes horaires équinoxiales de la sphère, et I devient le pôle P . Cela concorde avec les faits: pour que tous les arcs semi-diurnes soient des demi-cercles, n doit bien entendu partager tous les méridiens.

2. Prenons l'équation sous sa forme originale, à savoir :

$$\tan D = \tan I \cos nL;$$

et posons $I = 0^\circ$. Alors $\tan D = 0$ pour toutes les valeurs de L ; cela montre que les hectémories en question ont toutes disparues. Elles sont, en vérité, ni des arcs semi-diurnes, ou des arcs semi-nocturnes, et non plus des hectémories, l'équation étant celle de l'horizon.

3. Dans la même équation, posons $n = 1$; alors

$$\tan D = \tan I \cos L.$$

C'est l'équation d'un grand cercle dont l'inclinaison sur L est I ; c'est l'équation de l'horizon lui-même.

4. Quand on augmente n , nos courbes approchent le méridien de plus en plus près; et quand n devient infiniment grand, nous obtenons :

$$L = \frac{\cos^{-1}(\tan D \cot I)}{\infty}.$$

Alors, aussi longtemps que le numérateur est fini, la valeur de L est

$$L = 0^\circ,$$

qui est l'équation du méridien.

Maintenant, pour tout nombre fini de révolution, le numérateur est fini; et quand le numérateur est infini, l'expression devient indéterminée. Par conséquent, le méridien est *le seul lieu possible* lorsque n est infini.

Les cas d'hectémories circulaires ont déjà été notifiés, à la fois par M. CADELL et M. DELAMBRE; et elles sont probablement les seules pour lesquelles la courbe devient aussi simple.

VIII

L'origine peut être déplacée en n'importe quel point sur la surface de la sphère, mais les formules pour lesquelles un pareil déplacement donne le lever, sont généralement trop compliquées pour être employées. Heureusement, pourtant, les transformations de cette sorte, exigées par l'objectif actuel, sont extrêmement simples, étant seulement les points sur l'équateur et les pôles de l'équateur.

L'origine est déplacée en n'importe quel point de l'équateur de longitude donnée ($\pm L'$), de la même manière que dans les coordonnées rectangulaires, en ajoutant simplement cette quantité à L dans l'équation générale (A_{DL}). Nous obtenons alors :

$$\tan D = \tan I \cos n(L \pm L') \quad (A_{D,L \pm L'})$$

De même, l'origine peut être déplacée sur les pôles équatoriaux de la manière suivante. Posons

$$D' = 90^\circ - D; \quad \text{alors} \\ \tan D = \cot D';$$

ou, en prenant les réciproques de celles-ci, nous les réduisons en :

$$\frac{1}{\tan D} = \frac{1}{\tan I} \cdot \frac{1}{\cos nL}$$

ou

$$\tan D' = \cos I \sec nL \quad (A_{D',L})$$

L'expression $(A_{D',L})$ obtenue n'est pas autre chose qu'une équation polaire de la courbe ; et il est aisé de voir comment elle peut être extraite principalement des premiers principes, et les autres équations à partir d'elle dans un ordre exactement inverse de celui que nous avons suivi. L'équation est, du reste, l'une des plus importantes de toutes dans notre recherche.

Cette équation calcule les angles L depuis le méridien du lieu PAP' ; mais il pourrait être rattaché à n'importe quel autre méridien dont la longitude est $\pm L'$ comme précédemment. Alors,

$$\tan D' = \cot I \sec n(L \pm L') \quad (A_{D',L \pm L'})$$

IX

Nous avons jusqu'ici seulement considéré l'équation générale sans aucune référence aux valeurs numériques de n . Celles-ci, pour plusieurs lignes horaires, sont les suivantes :

$n =$	Ligne horaire correspondante	Equation des lignes horaires
$\frac{6}{6} = 1$	VI. et VI. heure	$\tan D = \tan I \cos L$
$\frac{6}{5} = 1,2$	VII. et V.	$= \tan I \cos \frac{6L}{5}$
$\frac{6}{4} = 1,5$	VIII. et IV.	$= \tan I \cos \frac{3L}{2}$
$\frac{6}{3} = 2$	IX. et III.	$= \tan I \cos 2L$
$\frac{6}{2} = 3$	X. et II.	$= \tan I \cos 3L$
$\frac{6}{1} = 6$	XI. et I.	$= \tan I \cos 6L$
$\frac{6}{0} = \infty$	XII. et XII.	$= \tan I \cos \infty.$

X

Quelque soit la valeur de n , nous avons vu que l'hectémorie passe par les intersections du méridien et de l'équateur. Cependant, lorsque les cordes du grand cercle de l'hectémorie leur sont substituées, ces cordes appartiennent aux arcs de l'hectémorie dont les extrémités ont toutes la même déclinaison (les tropiques par exemple), ces cordes ne tendent pas toutes vers le même point de la sphère. D'ailleurs les tangentes à l'hectémorie, en leur point d'intersection avec l'équateur tendent vers le même point.

Le deuxième est un cas du premier ; c'est-à-dire lorsque la déclinaison du parallèle au travers desquelles passe les cordes de l'hectémorie est 0 ; encore que la simple méthode de détermination des coordonnées dans ce cas, est à examiner indépendamment des propriétés générales. Les équations générales des deux cercles sont :

$$\tan D = \tan B_{\perp} \sin \frac{90^{\circ} - n_{\perp} L}{n_{\perp}}$$

$$\tan D = \tan B_{\parallel} \sin \frac{90^{\circ} - n_{\parallel} L}{n_{\parallel}}$$

Dans lesquelles B_{\perp} et B_{\parallel} sont les angles sous lesquels ces cercles interceptent l'équateur, et n_{\perp} , n_{\parallel} sont les valeurs dans l'équation générale de l'hectémorie pour les lignes horaires en question.

Maintenant, si D' est la déclinaison du parallèle, alors

$$L = \frac{\cos^{-1}(\tan D' \cot I)}{n_{\perp}}$$

$$L' = \frac{\cos^{-1}(\tan D' \cot I)}{n_{\parallel}}$$

Et ainsi

$$\tan B_{\perp} = \tan D' \operatorname{cosec} \left\{ \frac{90^{\circ} - \cos^{-1}(\tan D' \cot I)}{n_{\perp}} \right\}$$

$$\tan B_{\parallel} = \tan D' \operatorname{cosec} \left\{ \frac{90^{\circ} - \cos^{-1}(\tan D' \cot I)}{n_{\parallel}} \right\}$$

En égalisant les valeurs de D et en déterminant L , puis en les substituant dans les équations des cercles on obtiendra le résultat suivant :

$$\tan L = \frac{c_{\perp} \sin \frac{90^{\circ}}{n_{\perp}} - c_{\parallel} \sin \frac{90^{\circ}}{n_{\parallel}}}{c_{\perp} \cos \frac{90^{\circ}}{n_{\perp}} - c_{\parallel} \cos \frac{90^{\circ}}{n_{\parallel}}} \quad (1)$$

Où c_{\perp} , c_{\parallel} sont posées à la place des précédentes cosécantes.

Dans le cas des tangentes cependant, nous pouvons prendre plus simplement pour les valeurs de B_{\perp} et B_{\parallel} celles données en IV. Nous obtiendrons alors :

$$\tan L = \frac{n_{\perp} \sin \frac{90^{\circ}}{n_{\perp}} - n_{\parallel} \sin \frac{90^{\circ}}{n_{\parallel}}}{n_{\perp} \cos \frac{90^{\circ}}{n_{\perp}} - n_{\parallel} \cos \frac{90^{\circ}}{n_{\parallel}}} \quad (2)$$

Ces valeurs de $\tan nL$ sont fonctions de n_{\perp} , n_{\parallel} lesquelles varient lorsqu'elles varient, et sont constantes quand elles deviennent constantes. De là, clairement, les grands cercles se coupent en des points dont les coordonnées L , D sont variables, c'est-à-dire qu'ils ne passent pas par les mêmes points sur la surface de la sphère. Les cordes hectémoréales ne passeront donc pas par le même point du cadran lui-même.

Il est important de remarquer aussi que les tangentes (éq. 2) coupent des points courants dont l'ordonnée L est indépendante de I . Par conséquent les tangentes à tous les cercles horaires

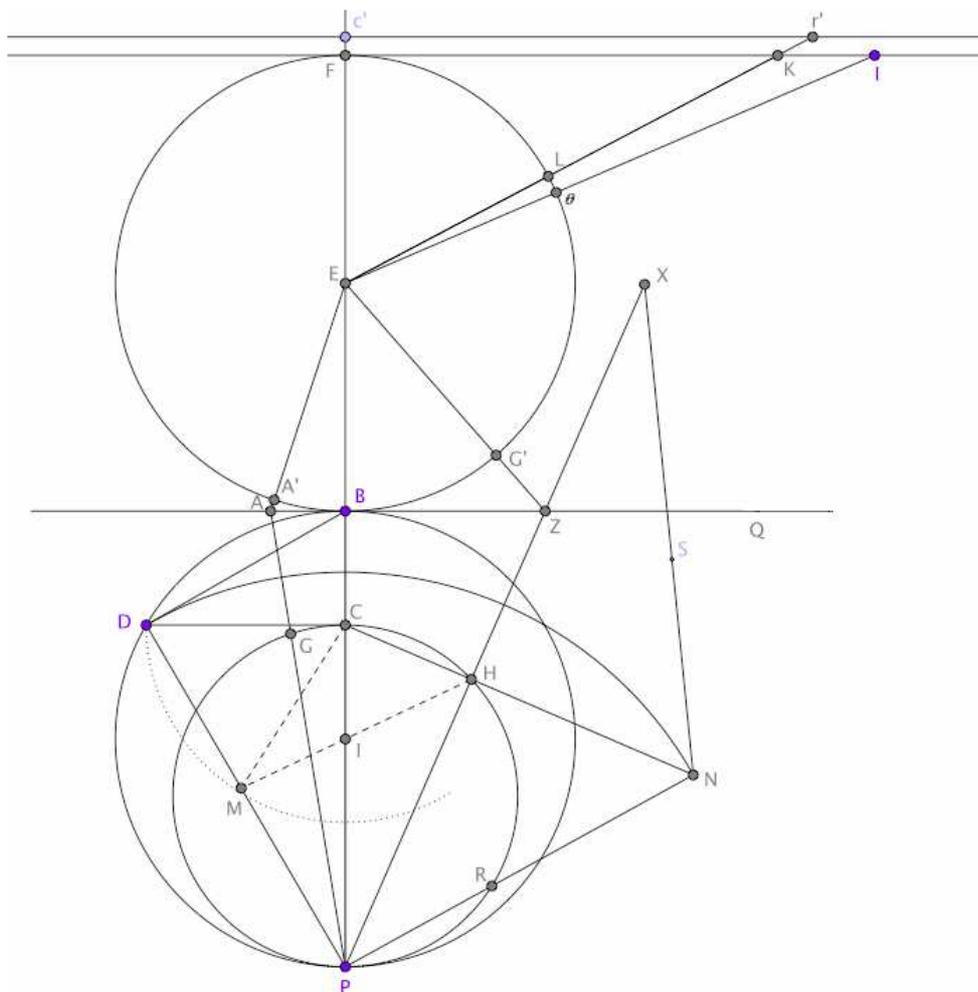
qui passent par les mêmes points de l'équateur, pris deux à deux, et pris égal aux valeurs de I , seront toujours coupés sur le même méridien de la sphère.

XI

Maintenant que nous avons donné l'équation sphérique, et que nous avons examiné quelques unes de ses propriétés, nous passerons, ensuite, à la projection gnomonique de ces hectémories sur n'importe quel plan tangent.

PROJECTION GNOMONIQUE DE L'HECTEMORIE SUR UN PLAN TANGENT DONNE

Préparation générale du cadran. — Posons CD le rayon de la sphère sur laquelle les courbes de l'hectémorie sont tracées ; C le point de contact de la sphère et du plan, BC, CP , tangente et cotangente de la latitude du point de contact C de la sphère et du plan. Tracez BD, DP et prolongez BP , sur lequel on prend $BE = BD$. Du centre L et de rayon EB décrivez le cercle BLF et tracez les tangentes indéfinies à B et F . Du centre P et de rayon PD décrivez le cercle DN et de CP comme diamètre, décrivez le cercle CHP . Faites l'angle BEA égale à la longitude du point de contact, et joignez AP . Faites aussi à $Ec = Ec' = \cot I =$ tangente de la latitude du lieu pour lequel est construit le cadran ; et dessiner les droites indéfinies $cr, c'r'$ parallèles aux tangentes Fl, BQ .



Construction des points de la courbe. — Prenez n'importe quelle valeur pour L comme AEZ et joignez ZP coupant le cercle ICH en H . Répétez cet angle (AEZ) n fois, commençant

par B^6 et prenez BL comme multiple. Dessinez la sécante EL coupant $c'r'$ en s' ; faites $FI = Es'$, et joignez EI coupant le cercle en θ .

A nouveau, tracez CH , coupant le cercle DN en N ; et faites l'angle $PNS = BE\theta$. L'intersection X entre PZ et NS est un point de la courbe.

Démonstration. — Par les projections de Horsley de la sphère, B.iv. pr.10., l'angle APZ est la projection de l'angle AEZ ; et, évidemment,

$$BEL = n \cdot AEZ = nL$$

$$\text{Par conséquent, } ES' = \cot l \sec nL = FI = \tan BE\theta = \tan D'.$$

A nouveau, tracez CM parallèle à PZ et égal à CD , et joignez MH . Alors CHP, HCM , et PHN sont des angles droits ; et nous avons

$$\begin{aligned} PD^2 &= DC^2 + CP^2 \\ &= DC^2 + CH^2 + HP^2 \\ &= CM^2 + CH^2 + HP^2 \\ &= MH^2 + HP^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Mais nous avons aussi } NH^2 + HP^2 &= PN^2 = PD^2 \\ &= MH^2 + HP^2 ; \end{aligned}$$

$$\text{et de là finalement : } NH = HM.$$

Il suit donc, de la proposition 9 d'HORSLEY *ubi supra*, que l'arc qui mesure l'angle PNX est projeté sur PX ; c'est-à-dire l'arc D' est projeté sur PX . Il a été vu aussi que l'angle AEZ est projeté sur APZ . Par conséquent X est un point de la courbe.

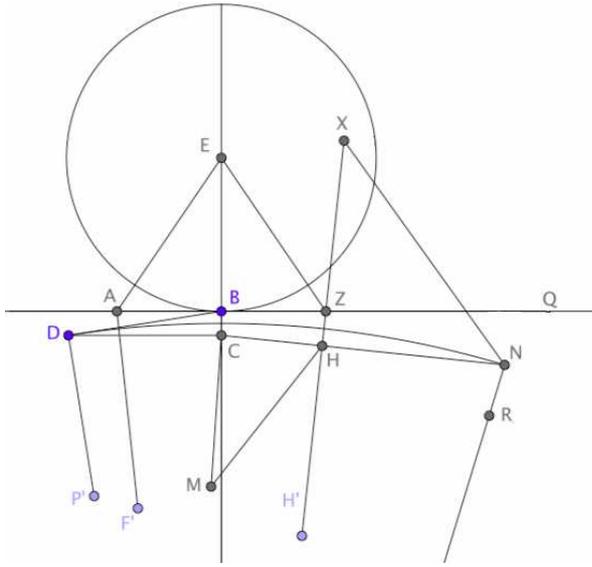
C.Q.F.D.

XII

Les détails spécifiques de la construction sont adaptés aux cas où le point de contact n'est pas à une latitude très haute ou très basse. Des modifications très légères, cependant, l'adapteront aussi à ces cas. Les opérations ont été volontairement construites aussi simples que possible par rapport aux latitudes intermédiaires, ce qui ne pouvait pas être fait dans le même paragraphe afin de rendre la description pratiquement applicable à tous les cas. Nous allons maintenant étudier les cas particuliers du problème.

1) *Lorsque la latitude du point de contact est petite.* — Posons BC la tangente de la latitude du point de contact ; CD , perpendiculaire à BC , le rayon générateur de la sphère ; et AEZ n'importe quelle valeur de L comme précédemment. Tracez DP' perpendiculaire à BD . Dans ce cas, on peut considérer l'intersection avec BC et DP' comme inaccessible et la description des cercles DN et CHP comme pratiquement impossible. Cependant, nous possédons de nombreux procédés pour tracer les lignes qui auront tendance à rendre inaccessible l'intersection de deux lignes données ; et en faisant attention à la construction qui a été employée pour faciliter la démonstration de la méthode générale, nous verrons immédiatement que les cercles ne sont pas

⁶ Dans la figure n est pris égal à 2 , pour les lignes horaires de IX et III heures.

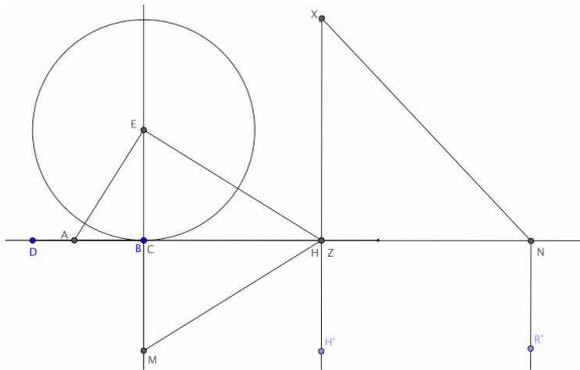


essentiels pour la construction du problème lui-même, cependant quand ils peuvent être employés, ils abrègent considérablement l'opération. Le processus substitué alors peut être effectué de la façon suivante.

Tracez **CH** perpendiculaire à **ZH** (**ZH** tend vers **P**) ; **CM** est parallèle à **ZH**, et égal à **CD** ; et ayant joint **MH**, prolongez **CH** jusqu'à **HN = HM**. Tracez **NR'** tendant vers **P**, et faites **RN'X = BEθ**. L'intersection de **HZ** et **NX** donne **X**, un point de la courbe.

2) Lorsque la latitude est de 0°, ou lorsque le plan de l'hectémorie est tangent à l'équateur de la sphère. — La conduite du même raisonnement mène également à une construction très

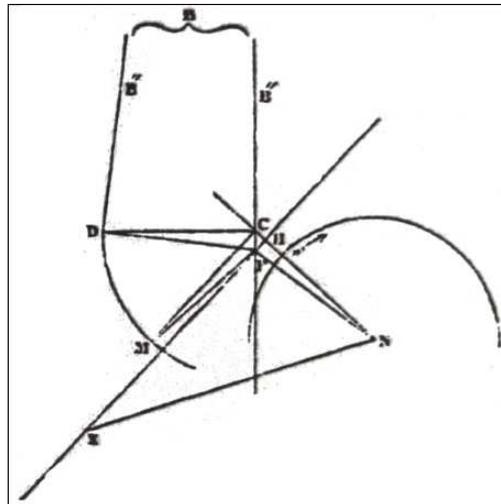
simple de ce cas. Le point **P** étant maintenant devenu infiniment éloigné, les lignes **DP', BC, ZH, NR'** sont toutes parallèles. Le point **H**, de plus, coïncide avec **Z** et **C** coïncide avec **B** ; par conséquent le point **M** tombe sur **BC** et **N** sur **BZ**. De là, prenez **MB =** rayon générateur de la sphère et trouvez **BEθ** comme auparavant. Prenez le point **Z**, correspondant à **AEZ** et joignez **MZ**. Faites à **ZN = ZM**, et tracez **NR'** perpendiculaire à **AZ** ; et finalement, faites à l'angle **R'NX = BEθ**. L'intersection de **NX, ZH'** donnera **X**, comme précédemment, un point de la courbe.

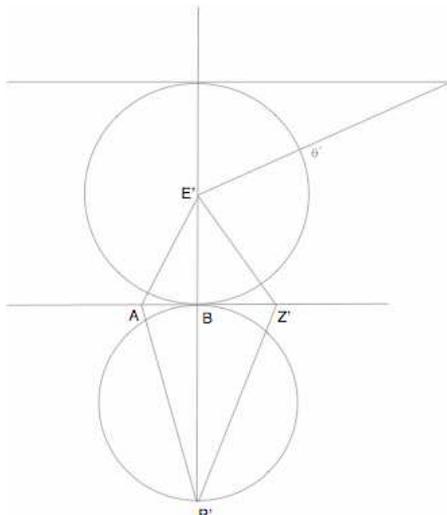


3) Lorsque la latitude du point de contact entre la sphère et le plan est considérable. — Par les triangles semblables,

$$\frac{BD(= BE)}{BP} = \frac{DC}{CP} = \frac{1}{\text{cosec} \lambda}$$

(λ représente la latitude du point de contact) ; et par conséquent, si, pour n'importe quelle



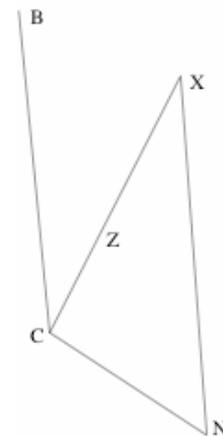


échelle nous prenons $\frac{B'E'}{E'P'} = \frac{1}{\operatorname{cosec} \lambda}$, nous pouvons continuer les opérations subsidiaires pour trouver $B'E'\theta'$ comme auparavant sur cette nouvelle figure. La même relation se subsistara évidemment entre $A'E'\theta'$ et sa projection APZ , comme entre les angles correspondants sur le cadran que nous construisons. Nous avons alors simplement pour n'importe quelle longitude $L = A'E'Z'$ pour trouver $A'P'Z'$; faire à $APZ = A'P'Z'$; et finalement, par le processus général trouver PN et faire à l'angle $PNX = A'E'\theta'$. Nous obtenons ainsi X .

4) Lorsque $\lambda = 90^\circ$, ou le point de contact sur le pôle de l'équateur. — Dans ce cas P, C, H sont confondus, et nous avons seulement à tracer CN perpendiculaire à CZ , et égal au rayon générateur de la sphère; ensuite faisons $CNX = B'E'\theta'$. Nous obtenons X , un point de la courbe.

Nous aurions pu supposer la fusion de A et B dans cette dernière construction puisque l'on peut considérer le pôle de n'importe quelle longitude.

On observera plus loin dans la construction générale que le cercle BLF a été employé simplement pour faciliter la description de la construction et éviter le besoin d'une construction séparée afin de favoriser les propos de la démonstration. Dans l'exécution réelle, il serait évidemment plus commode de conserver la partie du cadran lui-même, comme $A'B'\theta'$ a été conservé dans (XII. 3.). Les lignes alors employées sur le cadran lui-même seront moins nombreuses et le processus sera moins compliqué que ce qu'il semble être à première vue.



Nous avons ainsi, par de simples modifications d'une méthode homogène de construction, montré comment l'hectémorie peut être tracé sur n'importe quel plan. Comme jusqu'ici il s'agit du cadran plan, alors le problème proposé par DELAMBRE est complètement résolu. Cependant, des cadrans solaires ont été tracés sur d'autres surfaces, et il a été considéré qu'il s'agissait de lignes hectémoréales, il serait donc bien, pour la continuité de cette étude, d'en étudier un ou deux d'entre eux.

XIII

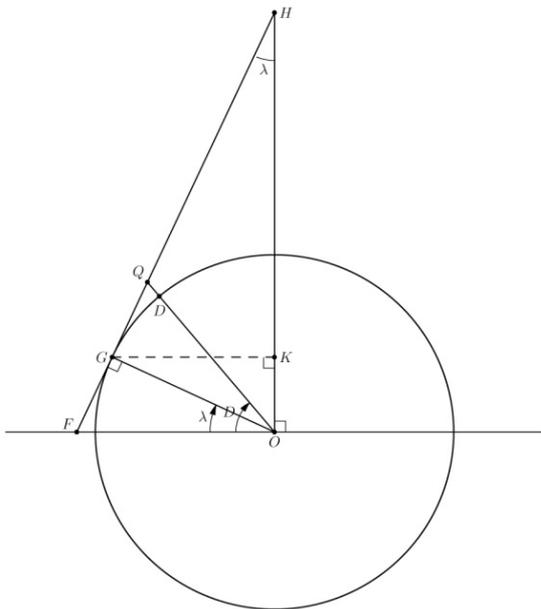
Hectémorie cylindrique, tangent à l'Équateur

M. CADELL a donné les lignes hectémoréales sur un cylindre tangent à la sphère sur l'équateur (*Ed. Trans.* VIII. Pl. 3. fig. 10-14). Comme l'arc D de l'équation $(A_{D,L})$ est projeté sur sa tangente, cette équation est une représentation complète de cette projection. Nous pouvons de là construire ceux développés par l'hectémorie cylindrique avec grande facilité. C'est, en effet, comme on le montrera plus loin (voir XXX.), *seulement une modification de la courbe harmonique.*

XIV

Hectémorie conique

Dans le deuxième volume des *Antiquités d'Athènes* de STUART et REVETT, page 29, il y a sur le côté et sur le devant d'un cadran une ligne tracée sur une surface conique, dont le som met est dans le prolongement de l'axe de révolution de la sphère.



Les lignes tracées dessus sont considérées, par M. CADELL, comme appartenir au système temporaire. Sans anticiper sur ce que je dois dire à ce propos et sur quelques autres spécimens de cadrans antiques mentionnés généralement de cette classe, j'examinerai ici l'équation et les caractères de l'hectémorie conique, dont le contact avec la sphère est un cercle parallèle à l'équateur.

Soient H le sommet du cône, G un des points de contact du cône et de la sphère. Posons λ = la latitude et L = la longitude de G , compté depuis le méridien du lieu ; D = la déclinaison d'un des points de l'hectémorie sphérique correspondant à L , telle que sa valeur vérifie l'équation:

$$\tan D = \tan l \cos nL$$

Prenons Q le point sur le cône sur lequel D est projeté. L'objectif que l'on s'est donné exige que la valeur de la ligne QG soit une fonction de L, D, λ , ou plutôt de L et de λ , puisque D est une fonction connue de L ; nous avons,

$$\begin{aligned} \widehat{HOD} &= 90^\circ - D \\ \widehat{HOG} &= 90^\circ - \lambda \\ \widehat{DOG} &= D - \lambda \end{aligned}$$

Ainsi

$$\begin{aligned} HQ &= HG - GQ = a(\tan HOG - \tan DOG) \\ &= a \left\{ \cot \lambda - \frac{\tan D - \tan \lambda}{1 + \tan D \tan \lambda} \right\}, \text{ ou finalement,} \\ v &= \frac{a \operatorname{cosec}^2 \lambda}{\cot \lambda + \tan D \cos nL} = \frac{a \operatorname{cosec}^2 \lambda \cot l}{\cot \lambda \cot l + \cos nL} \end{aligned} \tag{C_{D,L}}$$

XV

Nous devons déterminer les valeurs de v depuis l'intersection du cône avec l'équateur de la sphère dans les directions tendant vers H . Pour cela, posons F l'intersection de l'arête du cône avec l'équateur. Alors :

$$v' = FG + GQ = a \left\{ \tan \lambda + \frac{\tan D - \tan \lambda}{1 + \tan D \tan \lambda} \right\}$$

$$= a \frac{\tan D \sec^2 \lambda}{1 + \tan \lambda \tan D} = a \frac{\sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda \cos nL}{\cot I \cot \lambda + \cos nL} \quad (C'_{D,\lambda})$$

La principale différence entre ces deux expressions aussi utiles qu'elles soient, est que la valeur de v a un numérateur constant, tandis que celui de v' invoque le facteur variable $\cos nL$.

XVI

Si l'on pose $\lambda = 0^\circ$ dans l'expression $(C'_{D,\lambda})$, alors

$$v = \infty,$$

ce qui indique que l'origine ou le sommet du cône est infiniment éloigné.

Mais si on pose $\lambda = 90^\circ$ on obtient

$$v = \frac{a \cot I}{\cos nL} = a \cot I \sec nL,$$

la même équation que nous avons obtenu pour l'hectémorie relative au pôle (VIII.).

On peut remarquer ici que dans cette équation, l'arc D' est projeté sur un plan tangent à la sphère au pôle, et égal à l'angle L . Cette équation est alors l'équation de l'hectémorie projeté sur ce plan, et elle nous conduit au même résultat par l'équation que nous venons d'obtenir pour le cône, le cône ayant fusionné dans le plan tangent lorsque la latitude de son cercle tangent est de 90° . Nous rejeterons donc ce sujet pour le moment car nous aurons l'occasion ultérieurement d'en parler plus amplement.

Si, d'autre part, nous avons utilisé v' , nous aurions dû avoir, lorsque $\lambda = 0^\circ$,

$$v' = \tan I \cos nL,$$

l'équation de l'hectémorie du cylindre équatorial (XIII.), le cône étant transformé en cylindre.

Mais si $\lambda = 90^\circ$, alors v' prend une valeur infinie, ce qui montre que l'intersection du cône (qui est, dans ce cas, le plan polaire tangent) avec l'équateur est rejeté à l'infini.

XVII

Lorsqu'on développe un cône, le rayon du secteur angulaire est l'arête même du cône. Le rayon de ce secteur angulaire est le rayon du cercle tangent $\left(\frac{HF}{FO} = \frac{HG}{GK}\right) = \operatorname{cosec} \lambda$. Par conséquent, toutes les valeurs de L , à compter de l'origine des longitudes, sont réduites dans le même rapport dans le secteur angulaire. On doit donc prendre en compte ce changement pour exprimer l'équation de l'hectémorie sur une telle surface conique quand elle est développée dans le plan. Par conséquent, si θ se trouve être l'angle entre le rayon v du secteur angulaire et l'origine des coordonnées angulaires, les équations de v et v' se présenteront de la façon suivante :

$$v = \frac{a \operatorname{cosec}^2 \lambda \cot I}{\cot \lambda \cot I + \cos(n \operatorname{cosec} \lambda \cdot \theta)}$$

$$v' = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \cos(n \operatorname{cosec} \lambda \cdot \theta)}{\cot \lambda \cot I + \cos(n \operatorname{cosec} \lambda \cdot \theta)}$$

Le dernier, v' étant toujours à mesurer depuis la développée de l'équateur vers le centre du secteur angulaire.

XVIII

Ces équations peuvent être entièrement réduites en facteurs pour les adapter aux logarithmes, mais l'expérience montre que l'on en retire peu d'avantage si l'on cherche à faciliter les calculs. Dans la construction aussi, il est bien compris par tous ceux qui ont participé à la pratique de ces opérations, que ce sont généralement les produits et les quotients qui apparaissent le moins qui sont le plus facilement construits. Pourtant, alors que la méthode est facilement déduite et, plus encore, comme dans un cas particulier (et le plus important, le cadran des Vents à Athènes étant un spécimen allégé) la formule est d'une considérable simplicité, qu'il convient de faire la transformation.

Soit $\cot \lambda \cot I$ est numériquement plus grand que ± 1 , soit il ne l'est pas.

Cas I. $\cot \lambda \cot I > \pm 1$.

Alors posons $\pi = \tan^{-1}(\cos nL)$, et $\mu = \tan^{-1}(\cot \lambda \cot I)$. Alors nous avons

$$\cot \lambda \cot I + \cos nL = \tan \pi + \tan \mu = \frac{\sin \pi + \mu}{\cos \pi \cos \mu}, \text{ et}$$

$$v = a \cot I \operatorname{cosec}^2 \lambda \cos \mu \cos \pi \operatorname{cosec} \pi + \mu.$$

Cas II. Lorsque $\cot \lambda \cot I = \pm 1$, les valeurs numériques de λ et I sont complémentaires.

$$\text{Ici} \quad +1 + \cos nL = 2 \cos^2 \frac{nL}{2}$$

$$\quad \quad \quad -1 + \cos nL = 2 \sin^2 \frac{nL}{2}$$

Et par conséquent les valeurs correspondantes de v sont :

$$v = \frac{1}{2} a \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda \sec^2 \frac{nL}{2}.$$

$$v' = \frac{1}{2} a \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda \operatorname{cosec}^2 \frac{nL}{2}.$$

Cas III. Lorsque $\cot \lambda \cot I < \pm 1$, nous avons en posant $v = \cot^{-1}(\cot \lambda \cot I)$,

$$\cos v + \cos nL = 2 \cos \frac{1}{2}(v + nL) \cos \frac{1}{2}(v - nL), \text{ et par conséquent,}$$

$$v = \frac{1}{2} a \cot I \operatorname{cosec}^2 \lambda \sec \frac{1}{2}(v + nL) \sec \frac{1}{2}(v - nL).$$

La première des valeurs de v dans le cas II est adapté à l'hectémorie d'un cadran conique, comme est supposé l'être celui de la Tour des Vents. Néanmoins la discussion des applications de ces formules sera réservée à une prochaine occasion, lorsque nous porterons notre attention particulièrement à cette partie du sujet. Les valeurs de v' , aussi, dans ces différents cas sont obtenus de la même façon, si bien que les détails seront inutiles, et nous allons simplement les poser.

Cas 1. $v' = a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \cos \mu \cos \pi \operatorname{cosec}(\pi + \mu) \cos nL.$

Cas 2. $\begin{cases} v = \frac{1}{2} a \sec^2 \lambda \sec^2 \frac{nL}{2}. \\ v' = \frac{1}{2} a \sec^2 \lambda \operatorname{cosec}^2 \frac{nL}{2}. \end{cases}$

Cas 3. $v' = \frac{1}{2} a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \frac{1}{2}(v + nL) \sec \frac{1}{2}(v - nL) \cos nL.$

Il est clair que si pour L nous écrivons $(\cos \lambda) \cdot \theta$, nous aurons les équations de l'héctémorie développée sur un plan; mais il sera plus pratique pour l'ensemble de l'étude générale, de poser $n \operatorname{cosec} \lambda = m$, afin d'obtenir la courbe développée sous une équation ayant la même forme que celle qui représente la courbe sur la surface conique elle-même. Il n'est pas nécessaire de les répéter, et nous allons nous assurer de leur forme.

XX

Pour cela résumons la première forme générale, voir $(C_{D,L})$ trouvé en xiv.

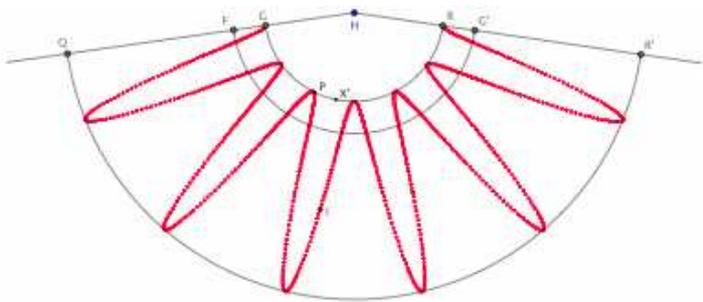
$$v = a \frac{\operatorname{cosec}^2 \lambda \cot l}{\cot \lambda \cot l + \cos mL'}$$

en remplaçant simplement $n \operatorname{cosec} \lambda$ par m afin de l'adapter à ce développement. Il y a plusieurs cas, selon les valeurs et les signes données à $\cot \lambda \cot l$.

1. Supposons $\cot \lambda \cot l$ plus grand que ± 1 .

Il est clair que le dénominateur est toujours positif et toujours fini, et par conséquent v doit avoir des valeurs oscillant entre des limites finies.

Si, au contraire, $\cot \lambda \cot l$ est plus grand que 1 mais de signe moins, alors le dénominateur sera toujours négatif et fini, et par conséquent oscillera entre des limites finies. La valeur de v alors, possédera aussi la même caractéristique, et diffère seulement des autres cas dans la mesure où il est mesuré sur le rayon du secteur angulaire dans la direction inverse, ou du côté négatif du pôle des coordonnées. Les figures sont dans les deux cas exactement semblables, dans la forme, mais en position inversée. Le croquis donne une idée de leur caractère. Les détails de son parcours sont facilement déterminées par énumération des modifications qui résultent de l'évolution progressive de la valeur de mL , et sont trop simples pour avoir besoin de les rappeler, en particulier parce qu'elles ressemblent à la recherche figurant dans II., presque à l'identique.



2. Posons $\cot \lambda \cot l = 1$.

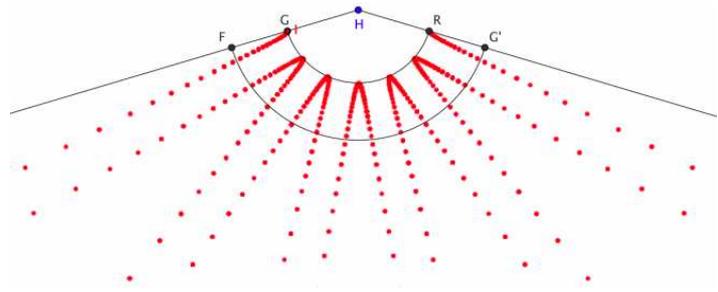
Alors quand $L = (p + 1) \times 90^\circ$, la courbe va à l'infini, et v devient une asymptote. Elles répètent alors les mêmes variations à travers la prochaine valeur de L , et ainsi de suite sans fin. Elles ont pour les dernières valeurs de v ,

$$v = \frac{a}{2} \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda;$$

et quand la courbe coupe l'équateur,

$$v = a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda;$$

Si $\cot \lambda \cot I = -1$, les mêmes courbes et variations, mais en ordre inverse, se présentent d'eux-mêmes. En comparant les croquis donnés ici avec la projection de M. CADDELL sur le plan équatorial tangent, on verra à quel point les courbes sont similaires à la forme générale ; mais en comparant les équations de XVIII. 2. à celles qui seront données en XXV,



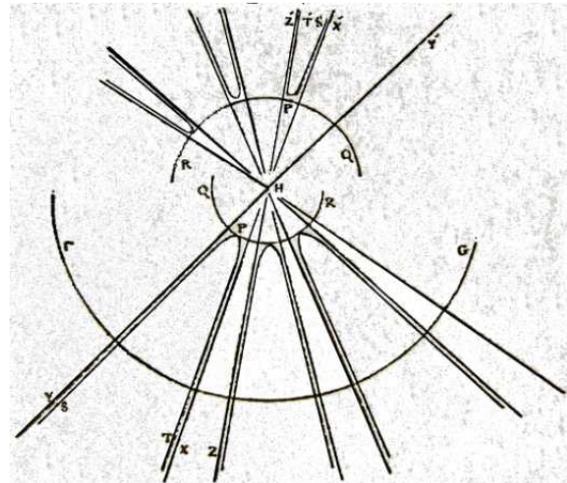
une différence frappante sera trouvée entre elles ; l'une associe la sécante de l'angle variable θ , et l'autre associe le carré de la sécante de l'angle $\frac{\theta}{2}$. Dans cette figure et dans celle du dernier cas, FG est la projection de l'équateur sur le cône, QR le parallèle de la déclinaison qui limite l'hectémorie sur l'hémisphère qui est tangent au cône. La limite opposée dans la figure du cas 1. est $Q'R'$; mais dans le second cas, elle est à l'infini.

3. Posons $\cot \lambda \cot I < +1$. Alors posons $\cos v = \cot \lambda \cot I$.

Quand $mL = 180^\circ - v$, le dénominateur disparaît, et le rayon-vecteur r devient infini. Pour cette valeur de L , la courbe a une asymptote.

A partir de la variation de mL le dénominateur devient négatif, tandis que la valeur de r diminue jusqu'à $mL = 180^\circ$, point sur lequel la courbe effectue un virage et forme une branche parallèle jusqu'à l'infini ; lorsqu'elle atteint $mL = 180^\circ + v$, la courbe a une autre asymptote. Après que le dénominateur devienne positif, et jusqu'à $mL = 2\pi + 180^\circ - v$, il continue par les mêmes variations comme avant. Donc, si SPT est la branche correspondant aux valeurs de mL comprise entre $180^\circ + v$ et $180^\circ - v$, alors $S'P'T'$ sera celle correspondant à la position de la courbe située entre $180^\circ - v$ et $180^\circ + v$.

La même alternance des courbes opposées se succède à intervalles réguliers, comme dans la figure.



Le parallèle de la déclinaison qui délimite l'hectémorie sur l'hémisphère en contact est QR , l'équateur est FG ; et le parallèle de la déclinaison délimitant l'hectémorie sur l'autre hémisphère, est projeté sur l'opposé du cône, et est développé en $Q'R'$.

Les branches négatives de la courbe développée, sont, avant le développement, situées à l'opposé du cône.

SUR LES EQUATIONS ANALYTIQUES DE L'HECTEMORIE

Nous avons vu que sur la sphère, les équations de l'hectémorie associent un multiple du cosinus, et, à partir des principes de la géométrie analytique, nous pouvons déduire que la même fonction doit apparaître dans toutes les projections de leur lieu, en ajoutant cependant que l'on peut s'attendre, en général, à une forme plus complexe des expressions. Pourtant il existe une méthode, peut-être seulement une, permettant d'obtenir une expression à partir de laquelle les points de la courbe projetée peuvent être calculés avec une certaine facilité, plus spécialement, avec l'aide d'une ou deux tables annexes. De façon systématique, je commencerai

par déterminer l'équation du cône hectémoréal, concentrique avec la sphère, par rapport aux coordonnées rectangulaires, puis ensuite je déterminerai ses intersections avec n'importe quel plan.

XXI

Les équations du cône hectémoréal. Les fonctions sphériques de la latitude et de la longitude peuvent être facilement transformées en coordonnées rectangulaires à partir des équations de changement des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires. Donc, a étant le rayon de la sphère hectémoréale, et posant $\tan I = t$,

$$\begin{aligned}z &= a \sin D, \\y &= a \cos D \sin L, \\x &= a \cos D \cos L,\end{aligned}$$

à partir desquelles on extrait : $\tan D = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et $\cos L = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

Substituant ensuite ces valeurs dans $(A_{D,L})$, on obtient :

$$\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}} = t \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \right] \quad (A_{xyz})$$

qui est l'équation du cône hectémoréal.

XXII

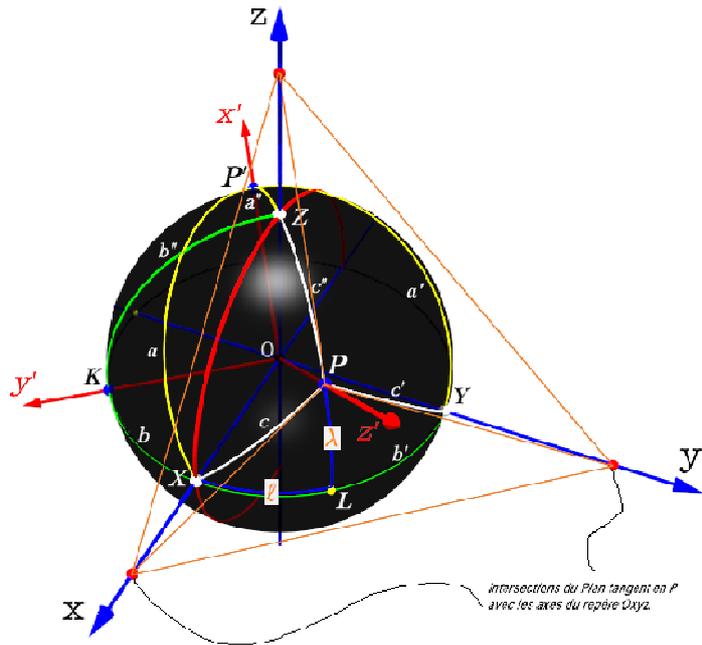
Étant donné que notre but est de trouver l'intersection de ce cône avec un plan arbitrairement donné, la façon de procéder la plus évidente consiste à transposer l'origine et la direction des axes de coordonnées, et de faire que deux de ces axes soient dans ce plan, et que le troisième leur soit perpendiculaire. La méthode d'EULER, qui est la plus communément utilisée pour cela, et qui se trouve être la plus simple à la fois dans son utilisation et dans ses résultats, est à présent moins pratique que les formules symétriques de M. FRANCAIS*. Je vais donc utiliser cette dernière méthode dans la transformation générale.

* Journal de l'Ecole Polytechnique, cahier XIV, pp. 182-190.

Posons a, a', a'' les cosinus directeurs des angles entre l'axe x' et les axes x, y, z respectivement, posons b, b', b'' les cosinus directeurs des angles entre l'axe y' et les axes x, y, z respectivement, et posons c, c', c'' les cosinus directeurs des angles entre l'axe z' et les axes x, y, z respectivement. Ensuite, traçons OP perpendiculaire au plan de projection, coupant la sphère en un point P de latitude λ et de longitude ℓ ; ce sera l'axe des z' . Traçons OP' dans le plan du méridien zPz' et perpendiculaire à OP ; ce sera l'axe des x' .

Et enfin, traçons OK perpendiculaire à POP' , et pris comme axe des y' .

Les valeurs des neuf cosinus



directeurs cités ci-dessus sont regroupées dans le tableau suivant :

Axes	x	y	z
x'	$a = \cos XP' = \cos XL \cos LP' = \cos \ell \sin \lambda$	$a' = \cos P'Y = \cos LP' \cos LY = \sin \ell \sin \lambda$	$a'' = \cos P'Z = -\cos \lambda$
y'	$b = \cos XK = \sin \ell$	$b' = \cos KY = -\cos \ell$	$b'' = \cos KZ = 0$
z'	$c = \cos XP = \cos XL \cos LP = \cos \ell \cos \lambda$	$c' = \cos PY = \cos PL \cos Ly = \sin \ell \cos \lambda$	$c'' = \cos PZ = \sin \lambda$

Les valeurs de x, y, z , dont l'origine est inchangée, seront :

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \ell \sin \lambda + y' \sin \ell + z' \cos \ell \cos \lambda \\ y &= x' \sin \ell \sin \lambda - y' \cos \ell + z' \sin \ell \cos \lambda \\ z &= -x' \cos \lambda + z' \sin \lambda \end{aligned}$$

Si nous substituons les valeurs de x, y et z dans l'équation (A_{xyz}) nous obtiendrons la famille des hétéromies coniques par rapport à la même origine, mais sous les nouveaux axes des x', y', z' ; nous pouvons aussi prendre n'importe quelle autre origine en ajoutant simplement les coordonnées x, y et z de ce point. L'objectif visé, par rapport à la forme de l'équation (A_{xyz}) , exige que les valeurs à ajouter à x et y doivent être à la fois symétriques et simples. Il y a 4 points qui répondent à ces considérations, à savoir, le point tangent entre le plan et la sphère, et les trois intersections de ce plan avec les axes des x, y et z .

Le point tangent offre des résultats symétriques, les valeurs ajoutées étant

$$\begin{aligned} y'' &= a \cos \lambda \sin \ell, \\ x'' &= a \cos \lambda \cos \ell; \end{aligned}$$

mais elles ne sont pas en général les plus simples. Une exception se produit lorsque $\lambda = 0^\circ$, où le plan est tangent à l'équateur, comme cela se produit actuellement.

L'intersection de l'axe des x avec le plan tangent donne un résultat presque de la même forme que celui donné par les formules d'Euler; comme cette transformation a été plus

commode, nous aurions pu cette fois adopter cette formule. Cependant comme nous voulons la symétrie, cette transformation n'est pas assez simple pour être retenue. Une plus forte objection s'élève si nous prenons comme origine l'intersection de l'axe des y avec le plan tangent.

Il ne reste plus alors que l'intersection avec l'axe des z , et nous donnons les résultats en prenant cette intersection comme origine.

Les valeurs à ajouter (à z) sont :

$$\begin{aligned}x'' &= a \operatorname{cosec} \lambda, \\y'' &= 0, \\z'' &= 0.\end{aligned}$$

En effectuant les substitutions, et après quelques réductions, on arrive enfin à :

$$\frac{-x' \cos \lambda + z' \sin \lambda + a \operatorname{cosec} \lambda}{\sqrt{(x' \sin \lambda + z' \cos \lambda)^2 + y'^2}} \times \cot I = \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{(x' \sin \lambda + z' \cos \lambda) \cos \ell + y' \sin \ell}{\sqrt{(x' \sin \lambda + z' \cos \lambda)^2 + y'^2}} \right) \right] \quad (A_{x'y'z'})$$

qui est l'équation de l'hyperbole conique par rapport aux axes des x', y', z' , dont l'origine est le point d'intersection de l'axe des z avec le plan de projection.

XXIII

Pour trouver l'équation des lignes horaires temporaires sur ce plan, il suffit de poser $z' = 0$, et de supprimer les accents à x', y' . Cela donne :

$$\frac{-x \cos \lambda + a \operatorname{cosec} \lambda}{\sqrt{x^2 \sin^2 \lambda + y^2}} \cdot \cot I = \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{x \sin \lambda \cos \ell + y \sin \ell}{\sqrt{x^2 \sin^2 \lambda + y^2}} \right) \right] \quad (A_{xy})$$

Ou en changeant les coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires (r, θ) , cela devient (en divisant tout par $\cos \theta$) :

$$\frac{-r \cos \lambda + a \operatorname{cosec} \lambda \sec \theta}{r \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \cdot \cot I = \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{\sin \lambda \cos \ell + \sin \ell \tan \theta}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \right) \right]$$

où par séparation des variables :

$$r = \frac{a \operatorname{sec} \lambda \operatorname{cosec} \lambda \sec \theta}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta} \cdot \sec \lambda \tan I \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{(\sin \lambda \cos \ell + \tan \theta) \sin \ell}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \right) \right] + 1} \quad (A_{r\theta})$$

Cette expression admet quelques simplifications. En ce qui concerne le radical qui est doublement impliqué dans le dénominateur, nous pouvons l'écrire ainsi :

$$\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta = \sin^2 \lambda + \sec^2 \theta - 1 = \sec^2 \theta - \cos^2 \lambda = (\sec \theta + \cos \lambda)(\sec \theta - \cos \lambda) = q^2,$$

expression adaptée aux logarithmes ; et λ est le même pour tout le cadran.

De même, pour le numérateur de l'expression sous la fonction \cos^{-1} , nous pouvons écrire :

$$v = \tan^{-1}(\sin \lambda \cot \ell).$$

Nous avons alors :

$$(\tan v + \tan \theta) \sin \ell = \sin \overline{v + \theta} \sec v \sec \theta \sin \ell,$$

qui est adapté aux logarithmes ; et v et $\sec v \sin \ell$ sont constants pour le même cadran.

De plus, $\sec \lambda \tan I$ et $\sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda$ sont constants pour le même cadran.

Finalement si nous posons :

$$\cos^{-1}(q) \sec \lambda \tan I \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{\overline{\sin \nu + \theta \sec \nu \sec \theta \sin \ell}}{q} \right) \right] = K,$$

nous obtiendrons pour l'équation des courbes hectémoréales :

$$r = \frac{1}{2} a \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda \sec \theta \sec^2 \frac{K}{2}.$$

Ou en exprimant la formule en une seule fois sous *forme calculable*, on aura :

$$r = \frac{a \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda \sec \theta}{\sqrt{(\sec \theta + \cos \lambda)(\sec \theta - \cos \lambda)} \sec \lambda \tan I \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{\overline{\sin \nu + \theta \sec \nu \sin I}}{\sqrt{(\sec \theta + \cos \lambda)(\sec \theta - \cos \lambda)}} \right) \right] + 1} \quad (A'_{r,\theta})$$

XXIV

En faisant varier les quantités λ, ℓ, n , afin de les adapter aux différents cadrans, et aux différentes lignes horaires, nous serons en mesure de déterminer pour θ une valeur correspondante de r , et donc en mesure de construire l'ensemble des points qui constituent les différentes hectémories. Cependant il n'est pas dans les intentions de ce présent article de discuter des différents cadrans, encore qu'il semble nécessaire de discuter un petit peu des formes données par nos équations lorsque des valeurs particulières sont données à λ , et ℓ . C'est nécessaire, à la fois pour illustrer les formules et pour diviser l'ensemble de l'étude en parties aussi égales que pratiques.

1. Posons $\lambda = 0^\circ$; alors pour toutes les valeurs de ℓ nous aurons $\sec \lambda = 1$, $\operatorname{cosec} \lambda = \infty$, et

$$r = \frac{a \sec \theta \sec 0^\circ \operatorname{cosec} 0^\circ}{\tan \theta \tan I \sec 0^\circ \cos(n \cos^{-1} \sin \ell) + 1} = \infty.$$

Ce qui montre que l'origine est rejetée à l'infini, comme d'autres considérations simples l'ont montré. La méthode à employer dans ce cas sera expliquée un peu plus loin.

2. Posons $\ell = 0^\circ$ et $\ell = 180^\circ$ tandis que λ est arbitraire. Alors $\sin \ell = 0$, $\cos \ell = \pm 1$; et

$$r = \frac{a \sec \theta \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda}{q \sec \lambda \tan I \cos n \cos^{-1} \left(\frac{\pm \sin \lambda}{q} \right) + 1}$$

C'est l'équation pour tous les cadrans *nord* et *sud*, quelle que soit leur inclinaison sur l'horizon.

3. Si dans (2) nous posons $\lambda = I$, nous obtiendrons l'équation pour un cadran plein *sud*, comme le NoToΣ⁷ d'ANDRONICUS CYRRHESTES, se trouvant dans la planche X. vol. I des Antiquités d'Athènes de STUART et REVETT.

4. Si nous prenons $\overline{90^\circ + 90^\circ - I} = 180^\circ - I$, le cadran sera *horizontal*. Je crois qu'il n'y a pas de ce genre de spécimen dans les collections.

⁷ Il aurait été plus aisé pour l'usage commun de désigner ces cadrans par les noms diamétralement opposés à ceux du compas ; mais si dans tous les cas, nous imaginons un cadran plan, après que l'hectémorie soit tracée, retourné de 180° sur ces intersections avec l'horizon, et que le gnomon soit le prolongement d'un rayon de la sphère et égal à celui-ci, son extrémité sera le point gnomonique du cadran actuellement placé. La raison d'un tel départ pour un usage commun ne peut eut pas être correctement expliqué ici : non pas pour l'importance qu'il doit avoir, mais pour le fait suffisant de prévenir toute incompréhension.

5. Si $\lambda = 270^\circ - I$, le cadran est un vertical plein nord, comme le BOPEΑΣ d'ANDRONICUS, dont un croquis est donné dans la planche XI. vol. I de STUART.

6. Pour les quatre cadrans intermédiaires d'ANDRONICUS, nous pouvons facilement leur trouver les valeurs de ℓ et de λ correspondantes. Par des triangles rectangles sphériques nous obtenons facilement :

Formule	Cadrans	Valeurs de λ, ℓ pour Athènes
$\cot \ell = \cos I.$ $\sin \lambda = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sin I.$	S.E. ou ΕΥΡΟΣ	$\ell = +58^\circ 40' 7''$ $\lambda = +34^\circ 7' 27''$
Ibid.	S.W. ou ΑΙΒΣ	$\ell = -58^\circ 40' 7''$ $\lambda = +34^\circ 7' 27''$
Ibid.	N.E. ou ΚΑΙΚΙΑΣ	$\ell = +148^\circ 40' 7''$ $\lambda = -34^\circ 7' 27''$
Ibid.	N.W. ou ΣΚΙΡΟΝ	$\ell = -148^\circ 40' 7''$ $\lambda = -34^\circ 7' 27''$

7. De la même manière, par la résolution de triangles sphériques rectangles, nous obtenons les valeurs de λ, ℓ pour les quatre cadrans verticaux de PHEDRE dans la collection de Lord ELGIN⁸. Ce sont :

Cadrans (azimut)	Valeur de λ	Valeur de ℓ
46° 11' 50" Est	+32° 58' 35"	+60° 8' 30"
.....Ouest	+32° 58' 35"	-60° 8' 30"
39° 10' 24" Est	+38° 3' 28"	+53° 10' 21"
.....Ouest	+38° 3' 28"	-53° 10' 21"

XXV

Venons-en maintenant au cas que M. CADELL a si bien illustré dans ses dessins précis⁹. C'est, à tout point de vue, le plus simple des cas considérés et qui soit bien adapté à une première recherche du caractère général de ces courbes. M. CADELL a aussi donné les équations de la projection de ces courbes sur un plan tangent polaire, et a déduit d'elles quelques généralités qui sont abondamment justifiés dans notre recherche générale.

Dans ce cas, l'expression se réduit à :

$$r = \frac{a \sec \theta \operatorname{cosec} 90^\circ \sec 90^\circ}{\sec 90^\circ \sec \theta \tan I \cos [n \cos^{-2}(\cos(\ell \alpha \theta))] + 1}$$

$$= a \cot I \sec [n(\ell \alpha \theta)]$$

Gardant à l'esprit que l'équation générale se réfère à l'axe des x' pour l'origine de l'angle θ , il serait à la fois évident que si on écrivait θ' à la place de $(\ell \alpha \theta)$ nous devrions prendre le méridien comme origine des coordonnées polaires, et l'expression sera transformée en :

⁸ Indiqué par erreur dans le "Memoranda of Lord ELGIN's pursuits Greece", pour être du Temple de Bacchus. Mr. KINNAIRD montre le cadran dans le Temple de Bacchus dans sa position originale en 1818. Voir ses notes dans la nouvelle édition d'Athènes de STUART. Dans l'organisation actuelle de la Gallery ELGIN au British Museum, ce cadran se tient en face des escaliers, dans l'angle de la pièce.

⁹ Edinburgh Transactions, volume VIII, p.79, et les figures correspondantes.

$$r = a \cot I \sec n \theta' \tag{A_{r\theta'}}$$

Le même résultat cependant a déjà été obtenu (XV.), au moyen de la projection centrale de l'équation générale sur le plan tangent polaire. Parce qu'il est évident que $\tan D'$ de cette équation est le r de celui-ci; et que le L de celle-là est présentement θ . Les deux équations

$$\begin{aligned} \tan D' &= \cot I \sec n L \\ r &= \cot I \sec n \theta' \end{aligned}$$

ne diffèrent en rien mise à part la notation.

Mais, indépendamment de l'équation générale sur la sphère, ou de ses projections, l'équation de ces courbes sur le plan tangent polaire doit être réellement déterminée. Pour cela, posons A le pôle, D l'intersection du méridien avec l'horizon, et BGC la projection de n'importe quel arc semi-diurne. Posons aussi E un des points de l'hectémorie sur ce cercle. Posons également a = rayon de la sphère, et $r = AE$.

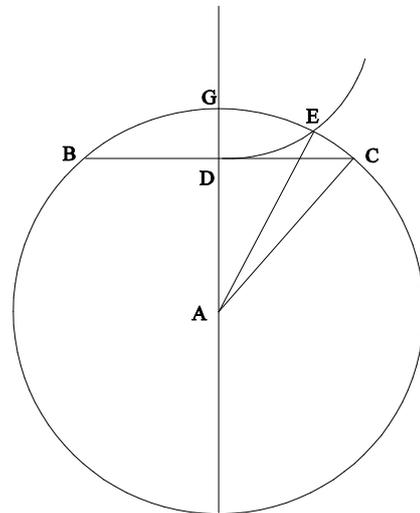
$$\begin{aligned} AD &= \cot I \\ \frac{a \cot I}{r} &= \cos GAC, \quad \text{ou} \quad GAC = \cos^{-1} \left(\frac{a \cot I}{r} \right) \\ \text{Alors } GE &= \theta' = \frac{1}{n} \cos^{-1} \left(\frac{a \cot I}{r} \right); \\ \text{ou finalement, par réduction,} \\ r &= a \cot I \sec n \theta'. \end{aligned}$$

XXVI

L'équation employée par M. CADELL montre certainement que le lieu n'est pas en général une droite ; et, cependant, que sur la sphère les hectémories ne sont pas des grands cercles : mais il n'a pas essayé de

~~pro~~ouver par ce moyen que ce lieu n'est pas une section conique, et par conséquent que la courbe sur la sphère ne peut pas *probablement* être un petit cercle. Je dis "probablement", pour ne pas me justifier, parce que la projection étant une ligne du second ordre, la courbe elle-même a été, par conséquent, un petit cercle, — une erreur qui a été faite par inadvertance par plus d'un respectable géomètre. La courbe d'intersection de la sphère avec un cône concentrique du second ordre est communément à double courbure, et sa projection orthographique, comme celle des intersections des surfaces du second ordre en général, est du quatrième degré

Mais revenons. Si l'équation de M. CADELL était moins simple et perspicace que ce qui aurait pu être rendu, c'était en raison de l'adoption accidentelle des coordonnées rectangulaires au lieu des coordonnées polaires, et de prendre pour origine des coordonnées le sommet de la courbe au lieu du centre de projection. Pourtant, c'est avec avantage qu'il a été conduit à poursuivre ses investigations graphiques, et ainsi de faire apparaître la figure de la courbe plus parfaitement que toute équation pourrait faire comprendre. En effet, il présente les trajets de la courbe de façon aussi claire que si elle avait été effectivement tracée sur la sphère elle-même. Indiscutablement alors, il a l'honneur d'être le premier à avoir clairement compris la figure de ces courbes, ainsi que d'être le premier à illustrer leur caractère général par un tracé réel. Aussi heureux a-t-il été dans l'analyse de ses recherches, il a réalisé en cela un travail de surrogation; et il est plus que probable que la présente étude n'aurait été jamais entreprise. Il serait aussi celui qui aurait convaincu DELAMBRE (qui avait déjà fait le contraire sur la question), de faire



changer dans les détails le chapitre de l'« *Analemme* » dans l'Histoire de l'Astronomie Ancienne de cet illustre géomètre.

XXVII

L'équation ($A_{r,\varphi}$), telle qu'elle apparaît en (XXV. 1.), n'inclut pas le cas (ou du moins elle n'exprime pas la relation entre les coordonnées en termes finis) où le point de tangence est sur l'équateur de la sphère ; tels, par exemple, les *cadrans verticaux est et ouest*, ou le ΖΕΦΥΡΟΣΑΠΗΛΙΩΤΕΣ de la « Tour des Vents » à Athènes¹⁰. Le processus est néanmoins très simple.

Repérons-les de l'origine au point tangent, qui est pour le *cadran Est* le point est de l'horizon, et pour le *cadran ouest* le point ouest. Alors $\lambda = 0^\circ$ et $\ell = \pm 90^\circ$; la valeur ajoutée pour y est $\pm a$, et pour x et z , chacun 0 . Par conséquent les valeurs de x, y, z , dans (XXII.) deviennent :

$$\begin{aligned}x &= \pm y' \\y &= \pm z - a \\z &= -x'\end{aligned}$$

et l'expression se réduit à

$$x' = i\sqrt{y'^2 + a^2} \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{\pm y'}{\sqrt{y'^2 + a^2}} \right) \right]$$

qui est l'équation de la courbe hectémoréale sur les cadrans tangents à la sphère aux points est et ouest de l'horizon, et repéré par rapport aux axes rectangulaires x', y' .

D'après les formules de transformation que nous avons employées, et puisque l'axe des y' est l'intersection du cadran avec le plan équatorial, il nous semble que la meilleure voie serait d'échanger les x' et y' et de supprimer les accents. Par conséquent :

$$y = \sqrt{x^2 + a^2} \tan I \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{\pm x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right) \right] \quad (A_{\ell,w})$$

Une nouvelle transformation facilitera grandement la pratique du calcul de ces cadrans solaires. Posons $\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right)$, (rayon de la sphère = a); alors

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + a^2} &= a \sec \varphi \\y &= a \tan I \sec \varphi \cos(n \cos^{-1} \sin \varphi) \\&= a \tan I \sec \varphi \cos[n(90^\circ - \varphi)], \text{ ou en restaurant } \tan^{-1} \frac{x}{a}, \\&= a \tan I \sec \left(\tan^{-1} \frac{x}{a} \right) \cos \left[n \left(90^\circ - \tan^{-1} \frac{x}{a} \right) \right] \quad (A'_{\ell,w'})\end{aligned}$$

En utilisant les tables de HUTTON, où les naturels et les fonctions logarithmes de l'angle φ tiennent sur une même page, nous trouvons les valeurs de y en une simple ouverture du livre, aussi longtemps que nous supposons φ varier pas à pas d'un certain nombre exact de minutes — un degré de précision très réputé mais plus que suffisant.

XXVIII

De la même manière, mais avec un résultat un peu moins simple, nous pourrions obtenir l'équation de l'hectémorie sur n'importe quel plan parallèle à l'axe de la Terre. Nous pouvons aussi, par les formules d'EULER, atteindre le même objectif ; on la trouvera exactement sous la même forme.

¹⁰ STUART, vol. i. pl.10.

Or, dans ce cas, nos x et y coïncident respectivement avec ces x et y . Nommons alors t la trace de l'équateur sur le plan du cadran, et prenant les autres quantités de la même manière, nous obtenons par EULER :

$$\begin{aligned} & x, x' = 90^\circ - \ell, \text{ et } xy, x'y' = 90^\circ \\ \text{Alors} \quad & x = x' \sin \ell + a \cos \ell \\ & y = -x' \cos \ell + a \sin \ell \\ & z = y' \\ & x^2 + y^2 = (a + x')^2 \text{ et l'équation de l'hectémorie devient} \\ & y = i\sqrt{x^2 + a^2} \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{x' \sin \ell + a \cos \ell}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right) \right] \end{aligned}$$

Ou, si nous posons $a \cot \ell = b$, on a :

$$\begin{aligned} y &= i\sqrt{x^2 + a^2} \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{(x+b) \sin \ell}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right) \right] \\ &= a \tan \ell \sec \left(\tan^{-1} \frac{x}{a} \right) \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{x+b}{a} \sin \ell \cos \left(\tan^{-1} \frac{x}{a} \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (A_E)$$

En effectuant l'échange des notations déjà signalé, et en enlevant les accents à x', y' , nous obtiendrons le résultat de la méthode de M. FRANCAIS. Rappelons que ℓ est la longitude du point tangent du cadran avec l'hectémorie équatoriale.

XXIX

Nous avons considéré les cadrans est et ouest, et nous avons obtenu une expression simple au paragraphe XXVII., et nous pouvons obtenir de la même façon une expression pour le "cadran polaire"¹¹, — soit à partir de la même méthode spéciale déjà employée, soit comme dans le cas du paragraphe XXVIII. Ce dernier cas est facile à effectuer.

Alors ici, $\ell = 0^\circ$, (ou $\ell = 180^\circ$ pour l'autre intersection), par conséquent $x' \sin \ell = 0$ et $a \cos \ell = a$;

$$y' = i\sqrt{x^2 + a^2} \cos \left[n \cos^{-1} \left(\frac{a}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right) \right]$$

Mais si $\tan^{-1} \left(\frac{x'}{a} \right) = \varphi$, il en résultera $\frac{a}{\sqrt{x'^2 + a^2}} = \cos \varphi$, et, en supprimant les accents,

$$\begin{aligned} y &= a \tan \ell \sec \varphi \cos(n \cos^{-1} \cos \varphi) \\ &= a \tan \ell \sec \varphi \cos n\varphi \\ &= a \tan \ell \sec \left(\tan^{-1} \frac{x}{a} \right) \cos \left(n \tan^{-1} \frac{x}{a} \right). \end{aligned}$$

Les premières branches de l'hectémorie sont tracées par M. CADELL¹², qui, bien que précis soient ses autres dessins, ne sont pas encore suffisantes pour donner une idée générale de leur caractère. Les courbes semblent être esquissées sans beaucoup d'assistance instrumentale, ou réduites à l'œil depuis de grandes projections.

XXX

¹¹ C'est un cadran qui est tangent à l'hectémorie sphérique au point d'intersection de l'équateur et du méridien du lieu du cadran.

¹² Planche II, fig.3. du Mémoire déjà cité.

Il a déjà été déclaré que l'hectémorie tracée sur une sphère et projetée sur un cylindre tangent à l'équateur est une modification de la courbe harmonique¹³. L'équation de la courbe sur le cylindre développé se réduit à (l'axe des x étant déroulé sur l'équateur, et y ayant pour valeur $\tan D$),

$$y = i \cos nx ; \text{ ou lorsque l'on se réfère au rayon } a,$$

$$y = i \cdot a \cos n \left(\frac{x}{a} \right)$$

Posons $\frac{a}{n} = a'$ ou $n a' = a$, alors $y = n a' \cdot i \cdot \cos \left(\frac{nx}{na'} \right)$
 $= i \cdot n a' \cdot \cos \left(\frac{x}{a'} \right).$

C'est l'équation de la courbe harmonique, dont le module est $n i$, et le rayon de ses cercles générateurs $= a'$. *L'hectémorie, cependant, lorsqu'elle est projetée sur le cylindre équatorial, et que ce cylindre est développé, est la COURBE HARMONIQUE, de module $n i$ et de rayon des cercles générateurs $= a'$.*

De nouveau, la courbe harmonique est le développement d'une section elliptique d'un cylindre droit, et par conséquent nous possédons une méthode mécanique de tracé de courbes. Alors :

Un cylindre droit de rayon $\frac{a}{n}$, développé indéfiniment, ou a' étant coupé par un plan qui fait avec les axes un angle $= \tan^{-1}(n \tan I)$, donnera l'hectémorie en question *dans le plan*. En enroulant le plan des séries hectémoréales sur un cylindre de rayon a , on obtient l'hectémorie cylindrique. La coupe des parties haute et basse de ce cylindre par des droites issues du centre de la section équatoriale donnera une règle sur laquelle une ligne se déplaçant depuis ce centre tracera l'hectémorie plane sur un plan quelconque par rapport à la règle. Les artifices mécaniques requis dans ce but ne sont pas nombreux, ni compliqué ; mais le plus grand soin est essentiel dans la structure même d'un tel appareil susceptible d'assurer un certain degré de précision. Ces sujets, cependant, n'ont proprement pas leur place ici.

XXXI

La réponse à cette question longtemps discutée dans l'histoire de l'Astronomie est, je l'espère, désormais achevée. Nous voyons ce que les lignes sont vraiment, et nous sommes certain que leur écart par rapport à ces cordes dans l'intervalle de précision requis par l'ancien astronome ne pouvait pas avoir été découvert par les moyens qu'il disposait; et que, comme il n'avait pas les moyens de tracer leur prolongations, il ne pouvait pas arriver à une véritable notion de leur caractère. Même s'il avait été en possession de méthodes passablement précises de mesure du temps, il aurait été plutôt enclin à attribuer une quelconque anomalie entre son horloge et son cadran à des erreurs d'observation, plutôt qu'à une quelconque déviation du trajet rectiligne de la vraie hectémorie. C'est à partir de considérations tout à fait différentes de celles qui ont été prises par les Egyptiens, les Babyloniens ou philosophes grecs que nous avons découvert le vrai caractère des lignes ; et il a été mentionné par M. CADELL et calculé par DELAMBRE, que ces lignes dans les régions intertropicales s'écartent peu en ascension droite de leurs cordes. Cela, cependant, est nettement mis en évidence dans le cadre de notre étude par le fait que l'hectémorie développée est identique à des séries de courbes harmoniques, caractères qui ont souvent été examinés et qui sont bien compris. Il n'est pas facile, néanmoins, de déterminer directement la plus *grande erreur*, entre certaines limites assignées de déclinaison D' , qui peut résulter de l'adoption de la corde hectémoréale au lieu de la courbe elle-même.

¹³ Voir article XIII.

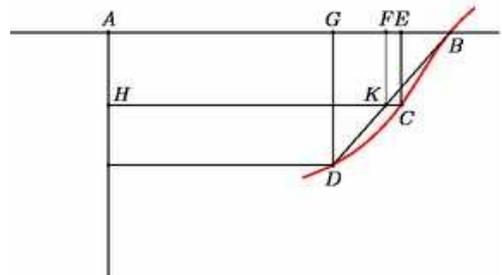
Traités par les méthodes habituelles des maxima et des minima, on est conduit à une équation de la forme :

$$E \cdot \sin nL = \cos \frac{90^\circ - nL}{n}$$

Il est évident à première vue, peut être résolue seulement par une fastidieuse approximation, dont la convergence n'est pas seulement lente, mais dont la direction et l'évaluation de la correction à chaque étape est très difficile à déterminer. DELAMBRE a donc calculé quelques-unes des erreurs pour différentes déclinaisons et latitudes, et ce pour chaque valeur de n qui intervient dans l'expression des douze lignes horaires. Il les trouve assez rapidement.

Il est encore possible, par un calcul direct, de trouver une quantité pour chaque ligne horaire d'un cadran adapté à une quelconque latitude qui diffèrera très peu de l'erreur maximale et dont cette quantité en même temps sera toujours plus grande que l'erreur maximale. C'est fondé sur la même propriété que la développée de l'hectémorie est une courbe de Taylor.

Posons A l'origine, AB l'axe de la courbe harmonique, trouvons l'angle B qui correspond à la valeur de la déclinaison D' et pour les lignes horaires en question.



Posons C le point de la courbe pour lequel l'erreur en ascension droite doit être calculée. Dessinons CH parallèle à AB coupant la ligne BD en K , et dessinons les ordonnées CE et KF .

Alors $FC = ni \cos AF$ par l'équation développée de l'hectémorie
 $EK = (AB - AF + FE) \times \tan B$ à partir de la ligne BD ,
 mais $FC = EK$; $ni \cos AF = (AB - AF + FE) \times \tan B$
 or, $EF (= KC) = \frac{ni \cos AF + AF \tan B - AB \tan B}{\tan B}$.

Posant sa différentielle égale à 0, nous obtenons

$$\begin{aligned} \sin AF &= \frac{\tan B}{ni} = \frac{\tan B}{n \tan I} \\ &= \frac{1}{n} \cos nL' \operatorname{cosec} \left(\frac{90^\circ - nL'}{n} \right) \end{aligned}$$

Où $nL' =$ arc semi-diurne pour la déclinaison D' , dérivé de l'équation

$$\cos nL = \cot I \tan D'.$$

Pour l'obliquité de l'écliptique déterminée par Hipparque et l'ancienne estimation de la latitude d'Athènes, à savoir $23^\circ 51'$ et $37^\circ 30'$ nous trouvons :

$$\begin{aligned} nL' &= 70^\circ 10' 10'' \\ \sin L &= \sin AF = \frac{1}{n} \cos 70^\circ 10' 10'' \operatorname{cosec} \frac{90^\circ 49' 50''}{n} \end{aligned}$$

Mais le rayon du cylindre à partir duquel la courbe était développée était $\frac{a}{n}$, et l'arc AF , par conséquent, était transposé à un cylindre de rayon a , mesurera les $\frac{1}{n}$ — *ième* de la même amplitude. Nous obtiendrons alors la valeur de L ou l'écart est maximal, c'est-à-dire

$$L = \frac{1}{n} \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{n} \cos 70^{\circ} 10' 10'' \operatorname{cosec} \frac{19^{\circ} 49' 50''}{n} \right\}$$

De l'égalité parfaite des deux branches de la courbe, nous en déduisons facilement que la même erreur sera trouvée pour la déclinaison dans l'autre hémisphère. Nous pouvons aussi le déduire des modifications des angles, fonctions qui entrent dans la formule qu'on vient de donner. La valeur de L dans ce cas sera :

$$L = \frac{1}{n} \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{n} \cos 109^{\circ} 49' 50'' \operatorname{cosec} \frac{19^{\circ} 49' 50''}{n} \right\}$$

et la seule différence est que les erreurs sont changées de signe.

Il a été remarqué que les résultats donnés par la formule ci-dessus sont *toujours plus importants* que les erreurs provenant de la substitution par des grands cercles de la vraie hectémorie. De simples considérations établiront cette remarque.

Que le plan de ce grand cercle de la sphère qui relie les points de l'hectémorie équinoxiale et tropicale soit coupé par le cylindre équatorial. Ce cylindre étant à nouveau développé, la section elliptique génère alors une nouvelle courbe harmonique. Nous devons prouver que cette nouvelle courbe harmonique passe entre l'ancienne et la corde de son segment intertropical développé.

La courbe harmonique est toujours concave pour ses axes, et par conséquent toutes les cordes qui se situent entièrement sur un côté de l'axe, se situent entièrement sur la courbe. Maintenant, l'ensemble de ces courbes harmoniques sont repérées sur les mêmes axes, et coupe un autre, et par conséquent le segment commun doit s'accorder aux deux; ou, ce qui est la même chose, ils se trouvent tous deux du même côté de la corde. Evidemment, alors, celui qui a le moins de courbure doit se situer entre l'autre corde et la corde commune. Mais les valeurs extrémales de y étant les mêmes, la courbe aura le moins de courbure pour un intervalle d'abscisse plus important, ou, ce qui est équivalent, dont la circonférence générée, et par conséquent le rayon générateur, est le plus grand. Alors la nouvelle courbe harmonique tombe entre l'autre courbe et la corde commune; et, par conséquent, si on rétabli la surface développée du cylindre à son ancienne position équatoriale, le grand cercle qui forme les cordes sphériques de l'hectémorie intertropicale tombera *entre* cette hectémorie et la ligne qui forme la corde rectiligne de la courbe harmonique. La distance en abscisse entre le grand cercle et la vraie hectémorie, pour n'importe quelle déclinaison plus petite que D' , est toujours plus petite que la distance en abscisse des points de l'hectémorie et de leurs cordes rectilignes à la même déclinaison. Ces conclusions peuvent aussi être facilement établies au moyen du calcul différentiel, mais ce n'est peut-être pas, maintenant, nécessaire.

L'écart de ces dernières cordes de l'hectémorie doivent être aussi analysé et son maximum déterminé. Les deux maximums ne sont pas, cependant, à la même distance de l'équateur, bien qu'il ne soit pas très distant d'elle. La meilleure méthode, alors, en pratique, consiste à trouver la valeur de D pour une valeur de L déjà déterminé à partir des nombreuses courbes, et alors on trouve pour cette valeur de D la valeur de L de la corde. La différence est très proche de l'erreur la plus grande, laquelle, convertie en temps équinoxial, donne l'erreur d'un tel cadran compté en heure vrai. Les calculs seront donnés dans une partie ultérieure de ce mémoire.

XXXII

Comme preuve que DELAMBRE ne s'est même pas imaginé la possibilité de déterminer l'équation de l'hectémorie, citons le dernier passage qui a été peut-être écrit — ou du moins le dernier publié — sur ce sujet. Celui-ci est extrait des « Corrections » du second volume de l'« Histoire de l'Astronomie Ancienne ». Par un ensemble d'*expériences* il est parvenu à certaines notions générales sur la forme de la courbe sur un cadran pour la latitude de $66^{\circ} 33'$;

nes notions générales sur la forme de la courbe sur un cadran pour la latitude de **66°33'**; et les avantages de l'actuelle recherche ne peuvent certainement pas être mieux démontrés que par une comparaison avec ce passage¹⁴.

« Depuis l'impression de ce chapitre (sur les cadrans solaires Antiques), *pour mieux connaître la figure de ces lignes*, j'ai calculé un cadran pour le cercle polaire : j'en ai déterminé tous les points horaires pour toutes les déclinaisons de degré en degré, et même pour quelques fractions de degré de **23°** à **23°28'**; il en est résulté que les lignes horaires pour cette latitude ont à fort peu près la figure du signe d'intégration \int , c'est-à-dire que dans le voisinage du solstice d'hiver, la ligne a une courbure sensible; que pendant la plus grande partie de l'année, la ligne est sensiblement droite, et qu'elle acquiert de nouveau une courbe, mais moins sensiblement vers le solstice d'été. Au solstice d'hiver la durée du jour est **0** ; toutes les lignes horaires doivent donc se confondre avec la méridienne. Aux environs de ce solstice les lignes horaires sont si voisines qu'il est presque impossible de les distinguer, quelque grande que soit l'échelle ; en sorte qu'en cette partie le cadran est aussi inutile que difficile à tracer. Au solstice d'été, au contraire, les lignes sont plus espacées que jamais, parce que le jour est de **24** heures équinoxiales, qui ne font que **12** heures temporaires. La construction est donc très facile, au lieu que pour l'hiver le meilleur parti est de supprimer la portion de ces lignes qui ne peut être d'aucune utilité. »

J'ai donc terminé la première partie de mon plan, qui consistait à poser les principes mathématiques de l'hectémorie, et d'étudier les propriétés des courbes qui appartiennent bien à une solution du problème général. Il reste à appliquer ces principes à la construction des parties de certains cadrans, et plus particulièrement d'examiner les vestiges de l'antiquité, pour lesquels ce système de lignes horaires est, ou semble être, employé. Ils formeront, avec quelques études collatérales, la seconde partie de ce mémoire.

Traduction française, composition et reproduction des figures : M. D. Collin Nice, juin 2009

⇒ Dans la **version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:**

Sous le titre "presentation_Lignes_Temporaires", le diaporama en Pdf présenté lors de notre réunion d'octobre "Les lignes horaires dans l'antiquité".

Du passé au futur: le cadran solaire à LED

(Vu sur le WEB par M. Kieffer)



Description et réalisation sur:

<http://www.gizmodo.fr/2010/01/31/le-cadran-solaire-a-led-est-devenu-realite.html>



¹⁴ Tome II., à la fin de la table des matières.



Cadran solaire à chambre obscure

Par Gianni Ferrari

Sous le titre initial de " PARAMÈTRES D'UN CADRAN SOLAIRE À CHAMBRE OBSCURE: CALCULS, VÉRIFICATION DES ALIGNEMENTS, ERREURS, sont présentées et analysées les erreurs qui peuvent apparaître dans le cas d'un cadran solaire classique à chambre obscure. Erreurs qui peuvent provenir de l'imprécision des alignements, de la réalisation du trou (oëlleton), des mesures erronées utilisées lors de la réalisation du projet ou de restaurations mal exécutées, de modifications mal calculées et arbitraires.

Sont données, en outre, les relations mathématiques pour le calcul de quelques paramètres fondamentaux du cadran solaire.

La problématique

Dans les cadrans solaires classiques à chambre obscure, il est parfois possible de relever de petites différences entre l'instant du midi vrai local et celui du passage du centre de l'image du Soleil sur la ligne méridienne¹.

Les causes les plus fréquentes de ces imprécisions altérant légèrement le fonctionnement du cadran solaire sont soit des erreurs d'alignement de la ligne méridienne et de la réalisation de l'oëlleton, soit des imprécisions dans les mesures utilisées pour le projet, soit encore et pour une grande part, des erreurs dues aux restaurations mal exécutées et aux modifications mal calculées ou arbitraires².

Par la suite j'utiliserai l'adjectif **existant** pour déterminer les éléments du cadran solaire qui peuvent s'observer et se mesurer actuellement. J'appellerai donc "*trou existant*" le trou à travers lequel entrent les rayons du Soleil "aujourd'hui", "*ligne méridienne existante*" la ligne méridienne dans son état actuel et pour lequel il est possible de contrôler le passage de l'image du Soleil.

Évidemment les éléments présents actuellement ne coïncident pas toujours exactement avec ceux pensés et réalisés au moment de la construction du cadran solaire.

J'appellerai "*ligne méridienne idéale*" la ligne méridienne qu'il faudrait tracer pour avoir, avec le trou existant, le passage du Soleil exactement à l'instant du Midi Vrai. La ligne méridienne idéale est donc l'intersection du plan horizontal et du plan méridien passant par le centre du trou existant.

Définissons:

- φ la latitude du lieu;
- F le point qui détermine le centre du trou gnomonique **existant** (actuel);
- O le point de rencontre de la ligne vertical du point F avec le plan horizontal, c'est-à-dire la projection de F sur le plan horizontal (le sol)³. Le point O est un point connu puisqu'il peut être obtenu soit avec un fil à plomb passant par F soit en utilisant des instruments plus complexes;

¹ Pour la définition et la détermination correcte du centre, voir en Appendice

² La lente variation de l'inclinaison de l'Écliptique et une éventuelle erreur sur la valeur de la Latitude du lieu produisent des modifications sur la longueur de la ligne méridienne mais ils n'influencent pas l'instant du passage de centre de l'image du Soleil sur la ligne même.

³ On suppose toujours que le plan est horizontal et donc que la ligne méridienne existante est elle-même parfaitement horizontale, ce qui n'est pas toujours exact en raison des possibles affaissements induit par le temps et les restaurations du dallage.

- ρ , la distance entre les points F et O, c'est-à-dire la hauteur du trou gnomonique existant par rapport au plan horizontal (ortho-trou).

Si la ligne méridienne est tracée correctement, on doit avoir:

- le point O comme origine pour la mesure des distances. Si la ligne méridienne débute plus au Nord de ce point, son prolongement doit passer obligatoirement par O;
- coïncidence exacte de l'intersection entre le plan méridien passant par F et le plan horizontal, c'est-à-dire avec la droite de direction Sud-Nord géographique passant par O (ligne méridienne idéale) (Fig 1).

Si ces conditions sont satisfaites, l'instant auquel le centre de l'image du Soleil produit par l'ocilleton F passe la ligne méridienne, correspondra exactement au Midi Vraie Local.

Si la ligne méridienne existante n'a pas été tracée correctement, le passage du centre de l'image du Soleil sur la ligne se produira chaque jour de l'année soit en retard, soit en avance par rapport au Midi Vrai. La valeur de ces écarts est fonction de l'ensemble des erreurs commises dans le tracé, c'est-à-dire de l'ensemble des écarts entre la ligne méridienne existante et celle "idéale".

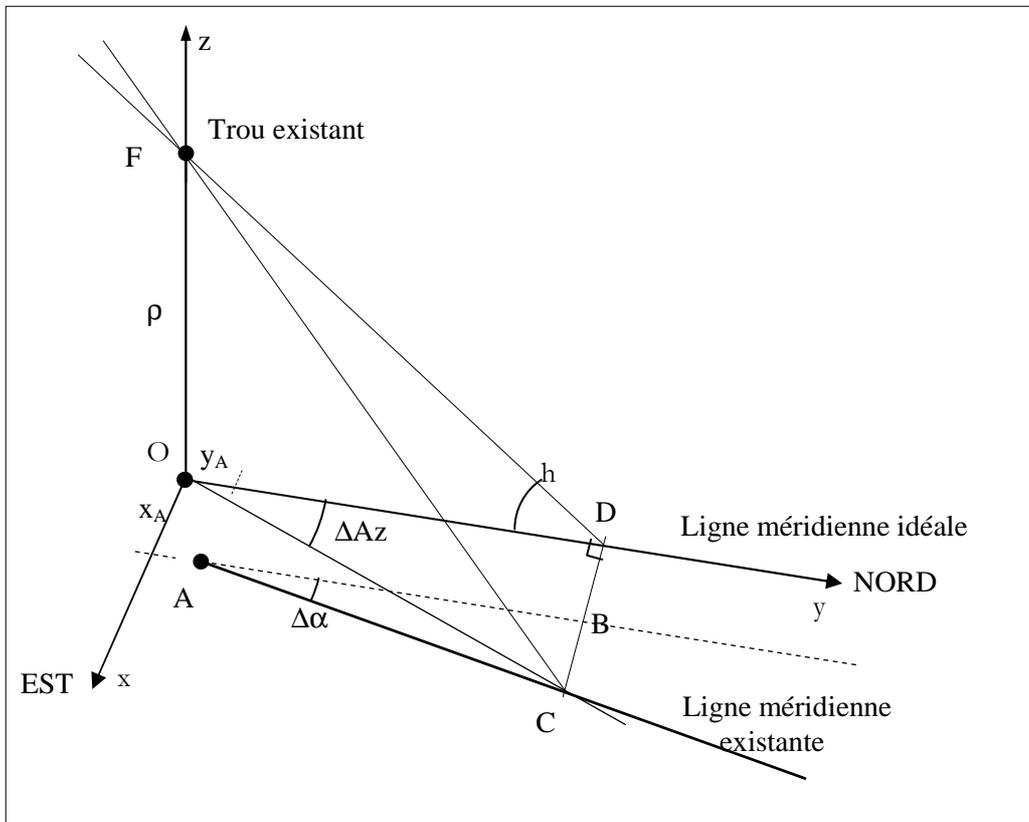


Fig. 1

Les erreurs que je prendrai en considération sont:

- un possible déplacement du point A "départ" de la ligne méridienne dû à une erreur sur la position du pied de la verticale du trou F lors du tracé, un déplacement du trou F résultant d'une restauration ou enfin, une restauration incorrecte de la ligne méridienne,
- une possible rotation de la ligne méridienne existante par rapport à la ligne Sud-Nord, dû à une mauvaise orientation de la ligne.

Je n'examinerai pas le cas d'une erreur dans la mesure de la hauteur du trou par rapport au sol horizontal, que je considérerai correcte.

Définissons:

Oxyz, système de coordonnées cartésiennes avec:

- le point O comme origine, il est le pied de la vertical passant par le centre du trou F sur le plan horizontal et correspond au "départ" de la ligne méridienne idéale⁴;
- x, axe de la direction Est-Ouest géographique, avec x croissant vers l'Est;
- y, axe de la ligne méridienne (idéale), c'est-à-dire de direction Sud-Nord géographique avec valeurs croissantes en allant vers le Nord;
- z, axe vertical, positif vers le haut.

Le trou F existant a donc pour coordonnées (0, 0, ρ) et le plan méridien coïncide avec le plan yz.

- A est le point de départ de la ligne méridienne existante à ce jour. Ses coordonnées sont (x_A, y_A, 0)
Si le Trou existant est plus à l'Ouest de la ligne méridienne existante, alors x_A > 0 .
Si le Trou existant est plus au Sud du point A (comme dans la Fig. 1), début du tracé de la ligne méridienne existante, alors y_A > 0 .
- Δα est l'angle, **en radians**, que la ligne méridienne existante forme avec l'axe y. C'est-à-dire avec la direction Sud-Nord correcte. L'angle est positif si la ligne existante est tournée en sens horaire ou Nord-Est.
- ΔAz, Δω sont respectivement l'azimut et l'angle horaire du centre du Soleil à l'instant du passage sur la ligne existante, mesurés en radians.
- δ est la valeur de la déclinaison "apparente" du Soleil, tennant compte de la réfraction. Elle est donc donnée par la somme de la déclinaison δ_t "théorique" et de la réfraction r.
- h est la valeur de la hauteur "apparente" du Soleil, qui tient compte de la réfraction.
- r est la valeur de la réfraction atmosphérique.

Hypothèses

Je suppose que:

- les erreurs du tracé (x_A, y_A, Δα) sont très petits;
- les instants pour lesquels le centre de l'image du Soleil tombe sur la ligne méridienne existante et sur la ligne idéale sont très voisins. C'est-à-dire que les valeurs de ΔAz et Δω sont très petites;
- la hauteur apparente du Soleil, à l'instant où l'image traverse la ligne méridienne existante, puisse être considéré égal à la hauteur de l'instant du passage au méridien $b = 90^\circ - \varphi + \delta$, δ étant la déclinaison apparente du Soleil;
- la courbe parcourue par le centre de l'image du Soleil à proximité de l'intersection avec la méridienne puisse être considérée comme un segment perpendiculaire à la ligne méridienne idéale, c'est-à-dire disposée exactement dans la direction Est-Ouest ou axe x.

Relations entre les variables

De la Fig. 1 nous avons: $b = 90^\circ - \varphi + \delta$

$$\overline{OD} = \frac{\rho}{\tan(b)} = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta) \qquad \overline{AB} = \overline{OD} - y_A$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} \cdot \tan(\Delta\alpha) \cong (\overline{OD} - y_A) \cdot \Delta\alpha = [\rho \cdot \tan(\varphi - \delta) - y_A] \cdot \Delta\alpha$$

$$\overline{BC} = \overline{DC} - \overline{BD} = \overline{OD} \cdot \tan(\Delta Az) - x_A$$

⁴ Même si le trou F existant ne coïncide pas avec celui original, j'ai retenu l'origine du système comme étant au pied de F et non au point A, départ de la ligne méridienne existante, pourquoi:

- a) les valeurs de l'Azimut et de l'angle horaire du Soleil sont référées au plan méridien passant par le trou existant, qui ainsi coïncide avec un plan coordonné ;
- b) l'instant du passage coïncide avec celui de passage sur un axe coordonné (y), c'est-à-dire un axe coordonné correspondant à la ligne méridienne idéale ;
- c) le point O est connu.

$$\overline{DC} = \overline{OD} \cdot \tan(\Delta Az) = x_A + \overline{BC} \cong x_A + [\overline{OD} - y_A] \cdot \Delta\alpha$$

Si nous dérivons les deux membres de la relation classique:

$\sin(\omega) \cdot \cos(\delta) = \cos(h) \cdot \sin(Az)$ par rapport à Az^5 et supposons δ et h constants à proximité de midi, avec Az , ω , ΔAz et $\Delta\omega$ en radians, nous obtenons:

$$\frac{dAz}{d\omega} = \frac{\cos(\omega) \cdot \cos(\delta)}{\cos(Az) \cdot \cos(h)} \quad \text{et, en supposant } Az \cong \omega \cong 0,$$

$$\frac{\Delta Az}{\Delta\omega} \cong \frac{\cos(\delta)}{\cos(h)} \cong \frac{\cos(\delta)}{\sin(\varphi - \delta)}$$

Finalement de $\overline{DC} = \overline{OD} \cdot \tan(\Delta Az) \cong \overline{OD} \cdot \Delta Az$ on a:

$$\Delta Az = \frac{x_A + (\overline{OD} - y_A) \cdot \Delta\alpha}{\overline{OD}} = \frac{x_A - y_A \cdot \Delta\alpha}{\rho \cdot \tan(\varphi - \delta)} + \Delta\alpha \quad \text{et ensuite:}$$

$$\Delta\omega = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos(\delta)} \cdot \Delta Az = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos(\delta)} \cdot \Delta\alpha + \frac{x_A - y_A \cdot \Delta\alpha}{\rho} \cdot \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos(\delta)} \quad (1)$$

et:

$$\Delta\alpha = \frac{\cos(\delta) \cdot \Delta\omega - \frac{x_A}{\rho} \cdot \cos(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi - \delta) - \frac{y_A}{\rho} \cdot \cos(\varphi - \delta)} \quad (2)$$

Enfin nous obtenons:

$$AC = \frac{AB}{\cos(\Delta\alpha)} = \frac{\rho \cdot \tan(\varphi - \delta) - y_A}{\cos(\Delta\alpha)} \approx [\rho \cdot \tan(\varphi - \delta) - y_A] \cdot \left(1 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{2} - \dots \right) \text{ c'est-à-dire}$$

$$AC = [\rho \cdot \tan(\varphi - \delta) - y_A] \cdot \left[1 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{2} + \text{termes négligeables} \right] \quad (3)$$

Retard dans le passage de l'image du Soleil sur la ligne existante

Dans les précédentes formules, $\Delta\omega$ est la variation de l'angle horaire du Soleil, c'est-à-dire le retard à l'instant du passage du centre de l'image du soleil sur la ligne méridienne existante par rapport à l'instant du Midi Vraie Local. Si $\Delta\omega$ est positif, cela signifie que le centre de l'image du Soleil passe sur la ligne existante **APRÈS** le Midi Vrai.

La variation de 1° de l'angle horaire correspond à 4 minutes de temps et 1 seconde de temps correspond à une variation de 1/240 de degré, soit: $\frac{\pi}{240 \cdot 180}$ rad.

En voulant exprimer $\Delta\omega$ en secondes de temps il faut remplacer dans les formules précédentes $\Delta\omega$ par la valeur $\frac{\pi}{240 \cdot 180} \cdot \Delta\omega_{\text{sec}}$

Considérations:

- si $\Delta\alpha$ est positif (ligne méridienne existante tournée vers le Nord-Est) on a un $\Delta\omega$ positif. L'image du Soleil passe au méridien après le midi vrai;
- si la valeur de x_A est positive, le trou existant est alors plus à l'Ouest de la ligne méridienne existante, on a le même effet;

⁵ Il faut observer que cette relation est valide même si la déclinaison δ et la hauteur h sont « apparentes », c'est-à-dire corrigées pour la réfraction atmosphérique

- la valeur de y_A , si elle est petite, comme retenu dans nos hypothèses, ne produit qu'un effet négligeable sur le retard du passage.

Recherche de la valeur des erreurs $x_A, y_A, \Delta\alpha$.

Pour obtenir la valeur des erreurs, il faut mesurer l'instant du passage du centre du Soleil au méridien en deux instants différents. En négligeant l'effet de y_A , nous avons les formules qui suivent dans lequel $(\delta_1$ et $\Delta\omega_1)$ sont les valeurs à un instant t_1 et $(\delta_2$ et $\Delta\omega_2)$ sont celles à un second instant t_2 .

Avec:

$$A_1 = \frac{\sin(\varphi - \delta_1)}{\cos(\delta_1)} \quad A_2 = \frac{\sin(\varphi - \delta_2)}{\cos(\delta_2)}$$

$$B_1 = \frac{\cos(\varphi - \delta_1)}{\cos(\delta_1)} \quad B_2 = \frac{\cos(\varphi - \delta_2)}{\cos(\delta_2)} \quad \text{nous tirons de (1) les formules :}$$

$$\Delta\omega_{1_rad} = A_1 \cdot \Delta\alpha_{rad} + \frac{(x_A - y_A \cdot \Delta\alpha_{rad})}{\rho} \cdot B_1$$

$$\Delta\omega_{2_rad} = A_2 \cdot \Delta\alpha_{rad} + \frac{(x_A - y_A \cdot \Delta\alpha_{rad})}{\rho} \cdot B_2 \quad \text{et}$$

$$\Delta\alpha_{rad} = \frac{B_1 \cdot \Delta\omega_{2_rad} - B_2 \cdot \Delta\omega_{1_rad}}{A_2 \cdot B_1 - A_1 \cdot B_2} \quad (4)$$

$$\frac{x_A}{\rho} = \frac{A_2 \cdot \Delta\omega_{1_rad} - A_1 \cdot \Delta\omega_{2_rad}}{A_2 \cdot B_1 - A_1 \cdot B_2} - \frac{y_A}{\rho} \cdot \frac{B_2 \cdot \Delta\omega_{1_rad} - B_1 \cdot \Delta\omega_{2_rad}}{A_2 \cdot B_1 - A_1 \cdot B_2}$$

et en négligeant l'effet de y_A :

$$\frac{x_A}{\rho} = \frac{A_2 \cdot \Delta\omega_{1_rad} - A_1 \cdot \Delta\omega_{2_rad}}{A_2 \cdot B_1 - A_1 \cdot B_2} \quad (5)$$

La valeur de y_A peut être obtenue en mesurant la longueur AC à l'instant t_1 ; de la (3) en effet:

$$y_A = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta_1) - \frac{\overline{AC_1}}{1 + (\Delta\alpha)^2 / 2} \quad (6)$$

Je rappelle que si le trou existant est plus à Ouest de la ligne méridienne existante, alors $x_A > 0$. S'il est plus au Sud du point A (début de la ligne méridienne existante), alors $y_A > 0$.

Exemple- Cadran solaire de S. Marie des Anges à Rome ⁶

Avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$; $\rho = 20340\text{mm}$ nous avons les résultats suivants:

1- Solstice de hiver

$\delta_1 = -23.4357^\circ$ (decl. apparente); hauteur du Soleil $h_1 = 24.6971^\circ$; rif=2.15'; $\Phi = 32.51'$; le passage est retardé de 17 sec; $\Delta\omega_1 = 17\text{sec}$ de temps = 0.001236 rad

2 - Équinoxes

$\delta_2 = +0.00550^\circ$ (decl. apparente); hauteur du Soleil $h_2 = 48.1118^\circ$; rif=0.89'; $\Phi = 32.11'$; le passage est en retard de 10 secondes; $\Delta\omega_2 = 10\text{secondes}$ de temps = 0.0007272 rad

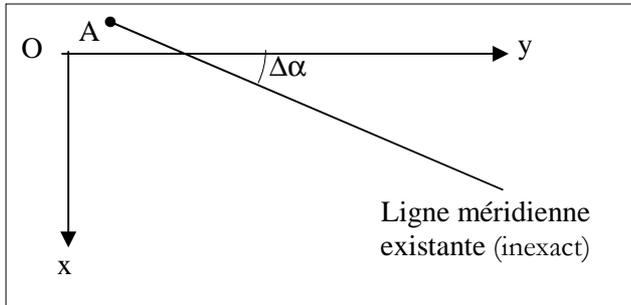
⁶ Les valeurs qui concernent le cadran solaire de S. Marie des Anges à Rome ont été fournies par Mario Catamo et Cesare Lucarini. Je les remercie pour leur collaboration.

3 - Solstice d'été

$\delta_3 = +23.44120^\circ$ (decl. apparent); hauteur du Soleil $h_3 = 71.5381^\circ$; $\text{rif}=0.33'$; $\Phi = 31.48'$;
 le passage est en retard de 3 secondes; $\Delta\omega_3 = 3\text{secondes de temps} = 0.0002181 \text{ rad}$

Des couples de mesures (1-2), (1-3), (2-3) avec les relations (4) et (5) nous obtenons les valeurs suivantes:

$\Delta\alpha = 280,35'' ; 280.39'' ; 280.48'' \quad x_A = -4.93\text{mm} ; -4.94\text{mm} ; -4.93\text{mm}$



L'origine O (c'est-à-dire la verticale du trou) se trouve donc à Est de la ligne méridienne existante et forme un angle de $280''$ avec la ligne Nord-Sud (Fig 2)

◀ Fig 2

Recherche de la hauteur ρ du trou

En voulant déterminer expérimentalement la hauteur de l'oeilleton F existant, il faut mesurer sur la ligne méridienne existante, la distance d'un point Q quelconque au centre⁷ de l'image du Soleil et ce, en deux jours distincts.

Soient:

- δ_1 et QC_1 les valeurs à l'instant 1
- δ_2 et QC_2 les valeurs à l'instant 2

De l'équation (3) $AC = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta) - y_A + \text{termes négligeables}$ nous avons:

$$\rho = \frac{QC_1 - QC_2}{\tan(\varphi - \delta_1) - \tan(\varphi - \delta_2)}$$

NB: Si l'instant du passage de l'image du Soleil sur la ligne se détermine en utilisant le bord supérieur (ou inférieur) de tache solaire, il faudra soustraire (ou additionner) à la valeur de la déclinaison du Soleil de l'instant, son semi-diamètre angulaire et utiliser dans les formules ce résultat.

Cas différents

I) La ligne méridienne existante est tracée de manière correcte: $x_A = y_A = \Delta\alpha = 0$.

De la formule (1) nous avons évidemment, $\Delta\omega = 0$.

Le centre de l'image passe la ligne méridienne existante exactement au Midi Vraie Locale.

II) Le point A (origine de la ligne méridienne existante) coïncide avec le point O: $x_A = y_A = 0$ (Fig.3)

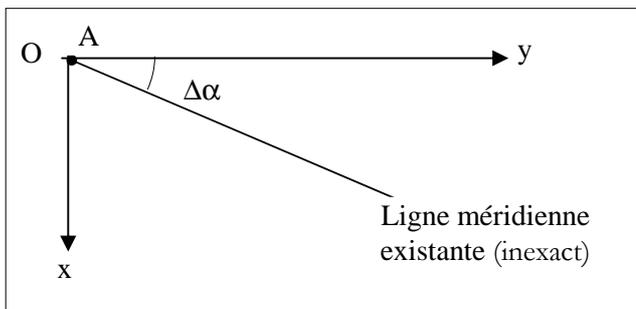
La ligne méridienne a été, par erreur, dessinée tournée d'un angle $\Delta\alpha$. La relation (1) devient:

$$\Delta\omega_{rad} = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos(\delta)} \cdot \Delta\alpha_{rad} \quad \text{ou aussi}$$

$$\Delta\omega_{sec} = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos(\delta)} \cdot \frac{1}{15} \cdot \Delta\alpha''$$

et l'inverse:

$$\Delta\alpha'' = 15 \cdot \frac{\cos(\delta)}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \Delta\omega_{sec} \quad \text{Fig 3} \blacktriangleright$$



Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$; $\Delta\alpha = 4' 30'' = 270''$:

⁷ Le centre qui doit être utilisé est le point sur lequel le rayon solaire tomberait si le trou et le disque du Soleil étaient ponctuels.

- Au Solstice d'hiver $\delta = -23.45^\circ$, on a $\Delta\omega = 17.8$ secondes de temps.
- Aux Équinoxes $\Delta\omega = 12.0$ secondes de temps.
- Au Solstice d'été avec $\delta = +23.45^\circ$, on a $\Delta\omega = 6.2$ secondes de temps

III) Le point A ne coïncide pas avec le pied de la verticale du trou, alors que la ligne méridienne existante est exactement parallèle à la méridienne vraie, c'est-à-dire qu'elle est exactement orientée Nord-Sud géographique. $\Delta\alpha = 0$ (Fig. 4)

La formule (1) devient

$$\Delta\omega_{rad} = \frac{x_A \cdot \cos(\varphi - \delta)}{\rho \cdot \cos(\delta)} \text{ de lequel}$$

$$\Delta\omega_{sec} = \frac{x_A \cdot \cos(\varphi - \delta)}{\rho \cdot \cos(\delta)} \cdot \frac{240 \cdot 180}{\pi}$$

et ensuite

$$x_A = \rho \cdot \frac{\cos(\delta)}{\cos(\varphi - \delta)} \cdot \frac{\pi}{240 \cdot 180} \Delta\omega_{sec}$$

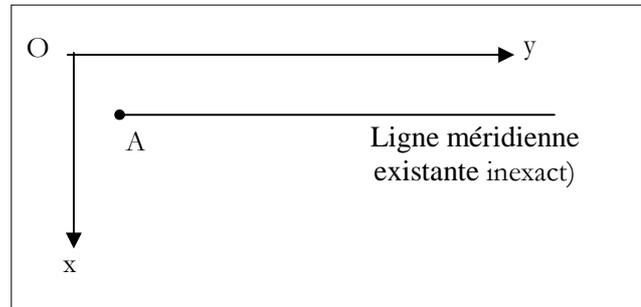


Fig. 4

Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$ et $\rho = 20340$ mm

Le jour où $\delta = 10^\circ$, on a un retard de 17 secondes dans le passage de la tache lumineuse. Nous obtenons $x_A = 29.2$ mm. Le point F est plus à l'Ouest de la ligne méridienne existante.

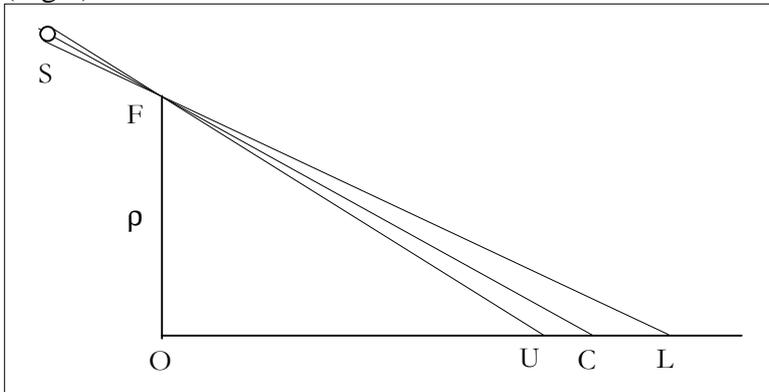
Si par contre le passage est en avance de 10 secondes alors $x_A = -17.2$ mm. F est à l'Est de la ligne méridienne existante.

Autres formules

1) Dimension de l'ellipse image du Soleil

Dans les considérations qui suivent, l'effet de la dimension du trou sur l'image est négligé.

Soit U (upper) le point de l'image produit par le bord supérieur du disque solaire quand son centre C se trouve sur la ligne méridienne, et L (lower) le point produit par le bord inférieur (Fig.5).



Notons que le point C **ne coïncide pas** exactement avec le centre de l'ellipse lumineuse sur le plan.

◀ Fig 5

Soit σ la valeur angulaire du semi-diamètre solaire (moyenne = $16'$).

Diamètre NORD-SUD

Les angles OUF, OCF et OLF dans la figure sont donnés par:

$$\text{OUF} = 90^\circ - \varphi + \delta + \sigma$$

$$\text{OCF} = 90^\circ - \varphi + \delta$$

$$\text{OLF} = 90^\circ - \varphi + \delta - \sigma \quad \text{pour lequel:}$$

$$OU = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta - \sigma)$$

$$OC = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta)$$

$$OL = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta + \sigma) \text{ et finalement:}$$

$$\text{Diamètre de l'image : } OL - OU = \rho \cdot [\tan(\varphi - \delta + \sigma) - \tan(\varphi - \delta - \sigma)]$$

Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$, $\rho = 20340$ mm et $\sigma = 32' / 2$

° Au Solstice d'hiver	OU = 437491.5 mm	CU = 538.9 mm
	OC = 44330.4	CL = 549.9
	OL = 44880.3	UL = 1088.8 diamètre Nord-Sud
° Au Solstice d'été	OU = 6682.1 mm	CU = 105.0 mm
	OC = 6787.1	CL = 105.4
	OL = 6892.5	UL = 210.4 diamètre Nord-Sud

Diamètre EST-OUEST

Le diamètre moyen de la tache lumineuse le long de la ligne Est-ouest avec $\sigma = 16'$ est donné par:

$$\text{Diam}_{EW} = \rho \cdot \frac{2 \cdot \tan(\sigma)}{\cos(\varphi - \delta)} \cong \frac{1}{107.5} \cdot \frac{\rho}{\cos(\varphi - \delta)}$$

Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$, $\rho = 20340$ mm et $\sigma = 16'$

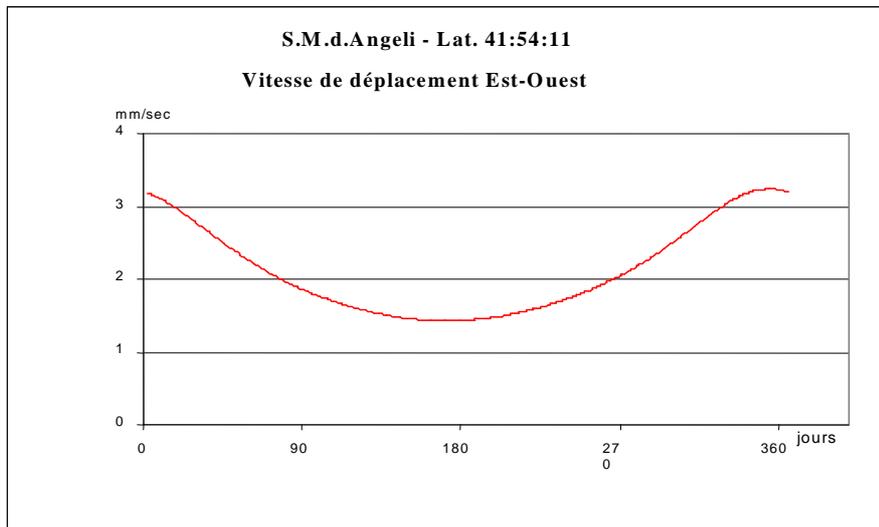
Diamètre Est-Ouest = 454.0 mm au Solstice d'hiver; 199.6 mm au Solstice d'été et 254.4 mm aux Équinoxes.

Donc au Solstice d'été l'image est de 210x199 mm, au Solstice d'hiver de 1089x454 mm et aux Équinoxes de 342x254 mm.

2) Vitesse du déplacement du centre de l'image du Soleil

On peut obtenir facilement la vitesse de déplacement de l'image du Soleil en direction Ouest-Est par la formule:

$$\text{vitesse} = \rho \cdot \frac{\cos(\delta)}{\cos(\varphi - \delta)} \cdot \frac{\pi}{240 \cdot 180} \text{ mm/sec} \quad (\text{Fig. 6})$$



Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$, $\rho = 20340$ mm, au Solstice d'hiver la vitesse est de 3.25 mm/sec, au Solstice d'été de 1.43 mm/sec et aux Équinoxes de 1.99 mm/sec.

◀ Fig 6

3) Durée du passage

Le temps de passage de l'image du Soleil pour couper la ligne méridienne est donné par:

$$\text{Durée_du_passage} = 4 \cdot \frac{\text{diamètre_du_soleil_en_minutes_d'arc}}{\cos(\delta)} \approx \frac{128}{\cos(\delta)} \text{ sec}$$

Exemple pour un diamètre solaire = 32'. Au Solstice d'hiver et d'été nous avons un temps de passage de 139.5sec. Aux Équinoxes le temps de d'intersection est de 128 sec.

4) Vitesse de déplacement de l'image du Soleil dans la direction Sud-Nord

Le point central de l'image du soleil parcourt la ligne méridienne pendant l'année avec une vitesse qui dépend de la déclinaison du Soleil (Fig. 7). De la formule:

$OC = \rho \cdot \tan(\varphi - \delta)$ nous tirons:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{\rho}{\cos^2(\varphi - \delta)} \cdot \frac{d\delta}{dt} \text{ et, avec une variation de } t \text{ égal à 1 jour}$$

$$\Delta y \approx -\frac{\rho}{\cos^2(\varphi - \delta)} \cdot \Delta\delta_{\text{rad/jour}} \text{ mm / jour également:}$$

$$\Delta y \approx -\frac{\rho}{\cos^2(\varphi - \delta)} \cdot \frac{\pi}{60 \cdot 180} \Delta\delta_{\text{minutes/jour}} \text{ mm / jour}$$

Avec une bonne approximation de la variation de la déclinaison, en valeur absolue, on peut donner la formule:

$$\Delta\delta_{\text{minutes/jour}} \cong \frac{\sqrt{\sin^2(\varepsilon) - \sin^2(\delta)}}{\cos(\delta)} \cdot 60$$

qui ne fournit pas le signe de la variation. Il faut alors considérer que du Solstice d'hiver au solstice celui d'été la déclinaison augmente (et donc $\Delta\delta$ est positif et Δy négatif), et que nous avons le contraire du Solstice d'été à celui d'hiver.

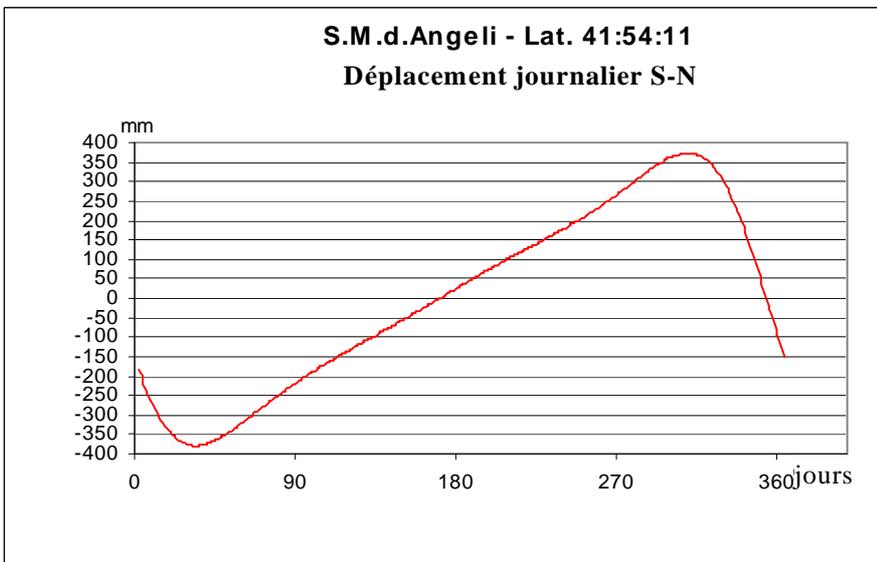


Fig 7

Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$, $\rho = 20340 \text{ mm}$

° A l'équinoxe de printemps $\delta = 0^\circ$ et $\Delta\delta = +0.4^\circ/\text{jour} = 24'/\text{jour} = 0.00695 \text{ rad/jour}$, nous avons $\Delta y = -256 \text{ mm/jour}$. Le signe moins signifie que, si δ grandit, y diminue.

Exemple avec $\varphi = 41^\circ 54' 11''$, $\rho = 20340 \text{ mm}$ et $\delta = -15^\circ$ (environ le 1er Novembre) on trouve:

$\Delta\delta = -0.313^\circ/\text{jour} = -18.8'/\text{jour}$ et enfin $y = +371 \text{ mm/jour}$

APPENDICE

ANALYSE DE L'IMAGE, EFFET DE LA PÉNOMBRE, POSITION DU CENTRE DE L'IMAGE

On a facilement les relations qui suivront, avec:

- R rayon du trou ; $d = 2R$
- γ inclinaison de plan du trou par rapport au plan horizontal
- Φ diamètre du Soleil
- μ demi-diamètre du Soleil
- h hauteur du Soleil

Le centre qu'il faut considérer pour la mesure des passages est le point indiqué par C0 (voir Fig. 8), coïncidant avec la position de l'image pour un oeillet et un Soleil ponctuels.

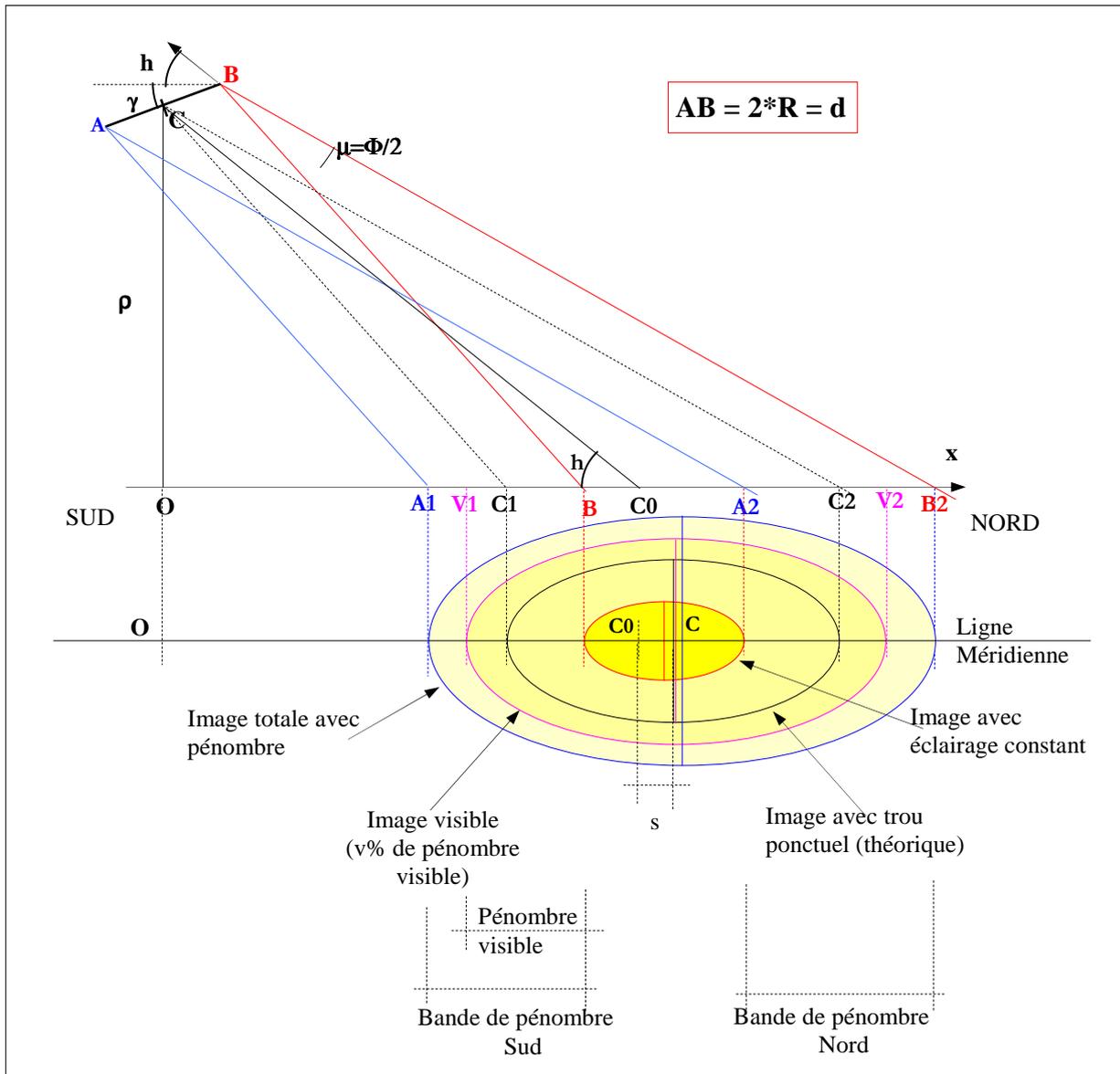


Fig. 8

En référence à la figure ci-dessus, on définit les relations suivantes, dans lesquelles il est toujours supposé que la hauteur du Soleil intègre la réfraction.

$$x_{C0} = \frac{\rho}{\tan(b)}$$

$$\begin{cases} x_A = -R \cdot \cos(\gamma) & y_A = \rho - R \cdot \sin(\gamma) \\ x_B = +R \cdot \cos(\gamma) & y_B = \rho + R \cdot \sin(\gamma) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{A1} = x_A + \frac{y_A}{\tan(b + \mu)} & x_{A0} = x_A + \frac{y_A}{\tan(b)} & x_{A2} = x_A + \frac{y_A}{\tan(b - \mu)} \\ x_{B1} = x_B + \frac{y_B}{\tan(b + \mu)} & x_{B0} = x_B + \frac{y_B}{\tan(b)} & x_{B2} = x_B + \frac{y_B}{\tan(b - \mu)} \end{cases}$$

Image globale, y compris la pénombre, de demi-axes = A1_C0 et C0_B2:

$$\overline{A_1C_0} = \rho \cdot \left\{ \frac{1}{\tan(b)} - \frac{1}{\tan(b+\mu)} + \frac{R}{\rho} \cdot \left[\frac{\sin(\gamma)}{\tan(b+\mu)} + \cos(\gamma) \right] \right\}$$

$$\overline{B_2C_0} = \rho \cdot \left\{ \frac{1}{\tan(b-\mu)} - \frac{1}{\tan(b)} + \frac{R}{\rho} \cdot \left[\frac{\sin(\gamma)}{\tan(b-\mu)} + \cos(\gamma) \right] \right\}$$

Grand axe de l'ellipse, y compris la pénombre

$$\overline{B_2A_1} = \rho \cdot \left\{ \frac{1}{\tan(b-\mu)} - \frac{1}{\tan(b+\mu)} + \frac{R}{\rho} \cdot \sin(\gamma) \cdot \left[\frac{1}{\tan(b-\mu)} + \frac{1}{\tan(b+\mu)} \right] + 2 \cdot \frac{R}{\rho} \cdot \cos(\gamma) \right\}$$

$$\overline{B_1C_0} = \rho \cdot \left\{ \frac{1}{\tan(b)} - \frac{1}{\tan(b+\mu)} - \frac{R}{\rho} \cdot \left[\frac{\sin(\gamma)}{\tan(b+\mu)} + \cos(\gamma) \right] \right\}$$

$$\overline{A_2C_0} = \rho \cdot \left\{ \frac{1}{\tan(b-\mu)} - \frac{1}{\tan(b)} - \frac{R}{\rho} \cdot \left[\frac{\sin(\gamma)}{\tan(b-\mu)} + \cos(\gamma) \right] \right\}$$

Grand axe de l'ellipse centrale avec éclairage constant

$$\overline{A_2B_1} = \rho \cdot \left\{ \frac{1}{\tan(b-\mu)} - \frac{1}{\tan(b+\mu)} - \frac{R}{\rho} \cdot \sin(\gamma) \cdot \left[\frac{1}{\tan(b-\mu)} + \frac{1}{\tan(b+\mu)} \right] - 2 \cdot \frac{R}{\rho} \cdot \cos(\gamma) \right\}$$

Largeurs des bandes de Pénombre à l'extrémité de l'axe = B1_A1 et B2_A2:

$$\overline{B_1A_2} = 2 \cdot R \cdot \left[\frac{\sin(\gamma)}{\tan(b+\mu)} + \cos(\gamma) \right]$$

$$\overline{B_2A_2} = 2 \cdot R \cdot \left[\frac{\sin(\gamma)}{\tan(b-\mu)} + \cos(\gamma) \right]$$

Pour certaines valeurs les formules précédentes peuvent donner des résultats négatifs. Dans tous cas ne prendre que la valeur absolue.

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

Du même auteur, sous le titre "L_IMAGE_DU_SOLEIL_gf_10_2009 V2", l'article "**IMAGE DU SOLEIL DANS LE CAS DES CADRANS SOLAIRES À CHAMBRE OBSCURE**" (19 pages)... <<considérations sur la dimension, le positionnement et la forme du "trou gnomonique" (oilleton) des cadrans solaires à chambre obscure (ex: méridienne interne). Sont examinés la forme et l'éclairage de l'image du Soleil projetée ainsi que les effets de la diffraction. Enfin est donnée une relation originale pour le calcul du diamètre de l'oilleton>>.





Restauration d'un cadran-méridienne

Par Yves Guyot

Photographies de la restauration d'un CADRAN - MÉRIDIENNE à Saint Maure les Fossés (94) par le cadranier Y. Guyot.

D'après une ancienne photo de la propriétaire du cadran, madame Roussille, celui-ci se présentait comme sur la figure 1, mais après ravale-ment de la façade il devenait presque illisible (figure 2)



Fig 1 ►



▲ Fig 2

Après étude de l'orientation et de l'inclinaison du mur, le travail consista à enlever le badigeon épais à la chaux qui recouvrait le cadran-méridienne par le fait du ravalement. Cette opération permit de faire apparaître les graduations et écritures de la plaque de marbre blanc (ci-dessous, figure 3 en haut à gauche).

Ensuite, minutieusement au ciseaux à pierre, j'ai nettoyé chaque lettre et je les ai regravées si nécessaire (figure 4 en bas à gauche), idem pour les graduations avec mise en place d'un style à oeilleton pour le marquage du midi vrai (figure 5 ci-dessous à droite).



◀ Fig 3,

Fig 4 ▼

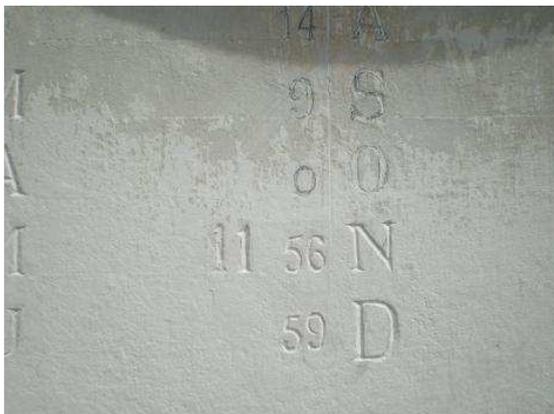


Fig 5

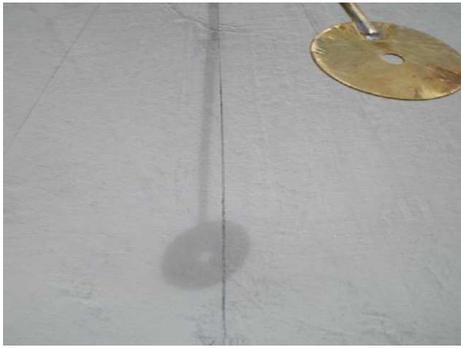


Fig 6

La projection de l'ombre du style à œillette (figure 6) vérifie le passage du soleil au méridien (figure 7).

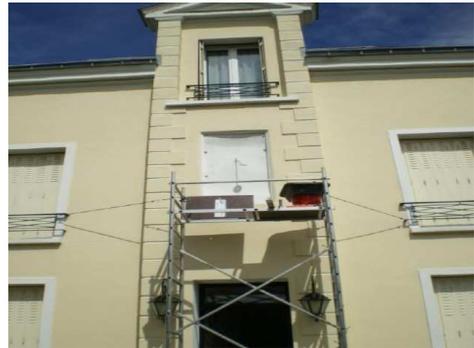


Fig 7

Le cadran-méridienne fini.

On peut y lire en haut, pour tous les 15 des mois les corrections à apporter pour connaître le midi moyen.

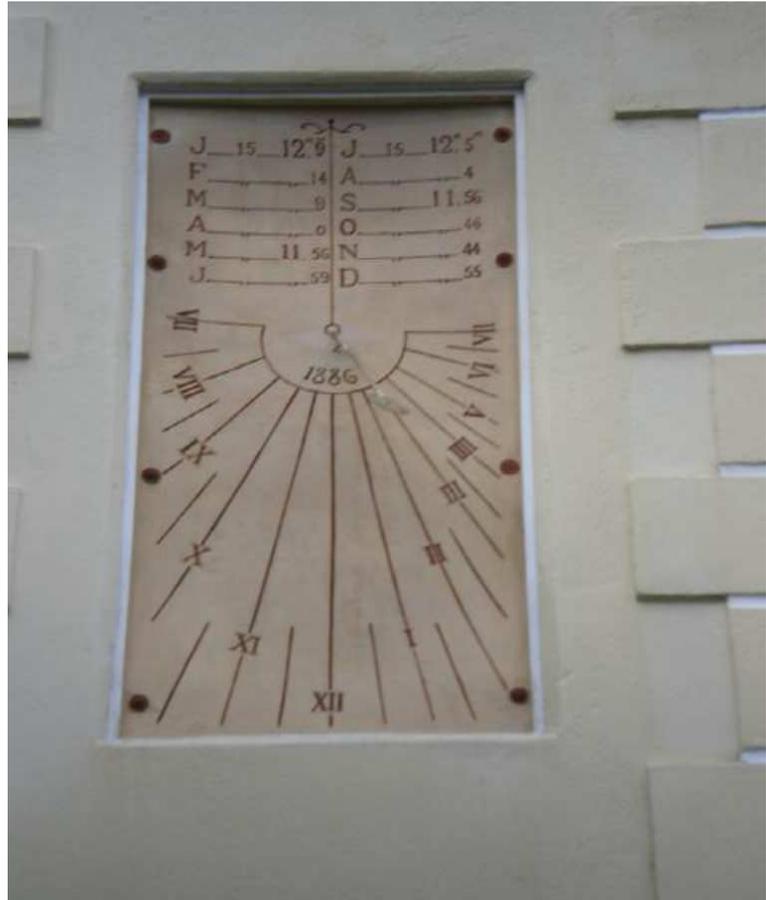
Ainsi on peut voir que le 15 janvier, il est midi solaire vrai à 12H 9 moyen.

Le 15 mai, il sera midi vrai à 11H 56 moyen....

Nous voyons aussi la datation du cadran « 1886 ».

Le cadran –méridienne terminé, les graduations on été patiné à l'aide de pigments « ombre calcinée ».

On remarque aussi que la plaque de marbre était maintenue par huit vis et cache-vis laiton.



Caractéristiques:

- Hauteur: 1600 mm
- Largeur : 800 mm
- Latitude : 48° 48' 28'' Nord
- Longitude : 2° 29' 8'' Est
- Déclinaison de la façade : 24,347° Sud Sud Ouest
- Inclinaison : 89,65°
- Longueur du style (au centre de l'œillette) : 584 mm



Cadrans portables du musée de Die

Par Gérard Oudenot

Les réserves du Musée de Die, renferment plusieurs cadrans solaires portables, qui sont bien représentatifs de ce type d'objets des XVII^e et XVIII^e siècles.

Ces cadrans portables sont encore appelés cadrans portatifs, de table, de poche ou de bureau, car ils sont de petite taille, généralement moins de 10 cm dans leur plus grande dimension. Ils servaient souvent à montrer l'érudition d'un notable en figurant sur le bureau de son cabinet.

La plupart des cadrans du Musée de Die sont des cadrans "classiques", ou comprennent des cadrans classiques sur plusieurs de leurs faces.

Le plus simple d'entre eux est un **cadran horizontal "flottant"** ; c'est un petit cadran de 4,7 cm de diamètre, dont la table est en papier, de forme circulaire, surmontée d'un triangle rectangle évidé, dont l'hypoténuse constitue le style. La table portée par un carton léger, est collée sur une aiguille aimantée, ce qui lui permet de s'orienter naturellement dans le sens sud-nord magnétique. Ce cadran donne l'impression de flotter, d'où son nom.



On trouve ensuite un **cadran horizontal de type "Butterfield"** du nom de son créateur Michael Butterfield (1635-1724). Il est signé : "Langlois Paris aux Galleries (avec Il) du Louvre". Il s'agit donc de Claude Langlois, qui avait obtenu un logement au Louvre en 1735. Le cadran mesure 6,5 cm sur 7,8 cm. Il présente 4 échelles de lecture, de l'intérieur vers l'extérieur : 43°, 46°, 49° et la dernière échelle est marquée : "pour 52 degrés".

Une boussole permet l'orientation du cadran ; la direction du nord est marquée d'une fleur de lys.



Le style mobile est gradué en degrés (de 40° à 60°), ce qui permet de le placer à la latitude du lieu pour lequel il est utilisé.

À l'envers de la boussole, est indiquée la latitude de diverses villes utilisant l'échelle de lecture la plus extérieure, que l'auteur signale "Premier Cadran" ; de l'intérieur vers l'extérieur : Hambourg 53° – Liège 50° 36' – Calais 51° – Lisle 50° 40' – Londres 51° 31' – Bruxelles 51°.

L'envers du cadran indique la latitude d'autres villes utilisant les autres échelles de lecture.

À gauche, de haut en bas : Échelle 2 marquée "2" sur le cadran : Paris 48° 50' – Brest 48° 23' – Amiens 50° 0' – Arras 50° 18' – Strasbourg 48° 35' – Vienne en Autri(che) 48°.

Échelle 3 marquée "3" : Bourdeaux 45° 0' – St Malo 48° 38' – Rouen 49° 24' – Basle 48° 0'.



À droite, de haut en bas : Échelle 3 marquée "3" : Poitiers 46° 34' – Dijon 47° 20' – Lyon 45° 45' – Turin 45° - Marseille 43° 19' – Toulouse 43° 37'. Échelle 4 marquée "4" : Perpignan 43° – Milan 45° 20' – Madrid 40° 26' – Rome 42°.



Un cadran "diptyque" de style "Beringer" non signé, figure également dans la collection. Il tire son nom de David Beringer, de Hapsburg (Allemagne) connu pour ses diptyques et ses cadrans cubiques en bois, recouverts de papier. Comme la plupart des diptyques portables, il est constitué d'un cadran horizontal et d'un cadran vertical. La table de chaque cadran est constituée d'une feuille de papier collée sur une plaque de bois. Celle du cadran horizontal est évidée et renferme une boussole qui permet l'orientation, comme dans le cas du cadran précédent. Il présente 3 échelles de lecture, de l'intérieur vers l'extérieur : 40°, 55° et curieusement 50° (Mais compte tenu de la disposition des lignes horaires, ce n'est pas cela).

Le cadran vertical est tracé pour une latitude d'environ 50°, mais comporte des indications pour d'autres latitudes, de 40° à 54°, de 2 en 2 degrés. Il suffit donc de placer le style, constitué d'un morceau de fil, à la latitude correspondante ; le cadran indiquera alors généralement une heure légèrement inexacte, mais compte tenu de sa petite taille (5cm sur 7,5cm ; le " couvercle " a 5 mm d'épaisseur ; la " base " ou " corps " du cadran a 1 cm d'épaisseur) ceci n'a pas d'importance.

La latitude de 36 villes, où ce cadran est utilisable, est indiquée sur la partie supérieure du couvercle ; c'est, ainsi qu'il a été dit, une feuille de papier collée sur le bois.

Amsterdam	56	Copenhagè	55	Hamburg	53	Prag	50
Augsburg	48	Cracau	50	Königsberg	54	Paris	49
Ancôna	43	Danzig	54	Lisabon	38	Presburg	48
Barcellona	41	Dublin	52	Laipzig	51	Riga	56
Basel	48	Dresden	51	London	51	Strasburg	48
Berlin	52	FrankfiaM	50	Marseille	43	Turin	45
Bordeaux	45	FrankfiaO	52	Madrit	40	Venedig	45
Bologna	44	Florenz	43	München	48	Wien	48
Cöln	50	Genna	44	Nürnberg	49	Zurch	47

Les quatre derniers cadrans sont **des diptyques en ivoire** référencés : [62.2.1693], [67.2.165], [67.2.1691] et [67.2.1692]. Pour simplifier, nous les appellerons respectivement : A, B, C et D. Trois d'entre eux (B, C et D) sont appelés cadrans "magnétiques", de "Dieppe" (là où ils sont apparus) ou encore de "Bloud", du nom du gnomoniste qui les a peut-être inventés, mais les a au moins perfectionnés et développés.

Tous ces cadrans ont subi les outrages du temps et sont incomplets, mais à eux quatre, ils donnent une bonne image des possibilités de ces instruments.

Le cadran A présente un cadran horizontal sur le dessus de sa base ; une cavité renferme une boussole qui permet l'orientation du cadran. Le dessous du couvercle contient une volvelle lunaire (à un disque), mécanisme tournant dont nous parlerons plus loin. Le disque lunaire comporte 30 jours. Le cadran n'a pas de "béquille" pour ajuster la latitude, il peut donc difficilement servir de cadran équatorial inférieur (pour l'automne et l'hiver).

Sur le dessus du couvercle il devait exister une plaque, qui a disparu.

Ce cadran mesure 5,3 cm x 6,2 cm ; son "couvercle" a 4 mm d'épaisseur et sa "base" ou "corps" fait 11 mm d'épaisseur.

Le cadran B, possède une volvelle lunaire, semblable à celle du cadran précédent. Ce qui en fait l'intérêt, c'est qu'il présente, sur le dessus de sa base, une cavité qui renferme un cadran analemmatique et sa boussole de lecture. Le dessous de la base présente un disque destiné à placer le cadran analemmatique à la bonne date.

Sur le dessus du couvercle il devait exister une plaque (dont on distingue le contour), qui a disparu ; mais comme le cadran ne possède pas de "béquille" pour ajuster la latitude, il ne devait y avoir ni cadran équatorial, ni cadran polaire.

Ce cadran mesure 7 cm x 7,7 cm ; son "couvercle" a 3,5 mm d'épaisseur et sa "base" fait 13 mm d'épaisseur.



Cadran A

Rappelons que le cadran analemmatique se compose d'une table horizontale de forme elliptique et d'un style vertical mobile. Il a été inventé dans la première moitié du XVII^e siècle et tire son nom de "l'analemme" qui, dans ce sens, désigne la projection orthogonale des cercles de la sphère céleste sur un plan. Il ne faut pas confondre cet analemme avec celui qui désigne la courbe en huit, tracée sur certains cadrans solaires et méridiennes, qui représente la différence entre le temps

solaire moyen et le temps solaire vrai.



Cadran B



Le cadran analemmatique de Pierre Bérriot, à Soissons.

Le cadran analemmatique s'est très vite popularisé puisque, moins de vingt ans après sa création (officielle) est apparue la version qui figure dans les cadrans de Bloud. Cette version utilise une boussole pour indiquer l'heure, ce qui a été rendu possible par le fait qu'à Dieppe, aux environs des années 1660 la déclinaison magnétique (différence angulaire entre le sud ou le nord géographique et le sud ou le nord magnétique) était nulle, et donc que le sud magnétique et le sud géographique coïncidaient. Remarquons qu'actuellement le

même phénomène se produit dans le Diois et donc que les cadrans magnétiques pourraient y être remis à l'honneur.

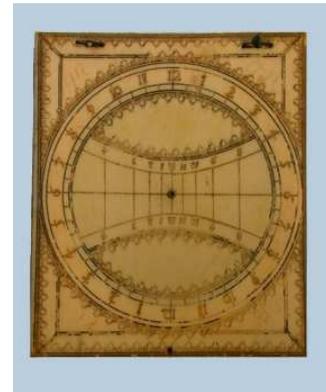


Venons-en à l'utilisation de ce cadran : Ici, c'est l'ellipse qui est mobile, et le style : la boussole, qui est fixe. On commence par marquer la date, grâce au calendrier qui se trouve sous le diptyque ; on tourne le calendrier jusqu'à ce que la date d'utilisation soit devant l'index matérialisé par un téton. On place alors le couvercle en position verticale et on l'oriente vers le Soleil ; lorsque son ombre tombe exactement sur la base, la boussole indique l'heure.

Le cadran C, très détérioré, mesure 6,5 cm x 7,5 cm ; son "couvercle" a 4 mm d'épaisseur et sa "base" fait 11 mm d'épaisseur. Il présente sur le dessus du couvercle un cadran équatorial. Pour l'utiliser il possède une "béquille" destinée à ajuster la latitude. Nous en parlerons à propos du cadran D. Ce cadran équatorial fonctionne l'été et l'automne, le Soleil se trouvant alors au-dessus de l'équateur céleste ; par contre pendant l'hiver et le printemps il se trouve en dessous de l'équateur et n'éclaire plus le cadran équatorial. Mais comme ce cadran possède une volvelle lunaire, on peut utiliser son disque fixe qui sert alors de cadran équatorial inférieur.



Le cadran D présente sur la partie supérieure du couvercle, un cadran équatorial et un cadran polaire, c'est-à-dire un cadran dont le plan est parallèle à l'axe terrestre. Pour utiliser ces cadrans, il faut incliner le couvercle suivant la latitude du lieu. À cet effet le dessous du couvercle est gradué de 10° à 80° de bas en haut et le cadran possède, comme le précédent, une "béquille" pour le bloquer suivant l'inclinaison désirée. Attention, le cadran équatorial doit être incliné avec la graduation qui correspond à la latitude, et le cadran polaire suivant le complément de la latitude.



Sous la base, un logement (un cylindre creux) permet de ranger le style des cadrans polaire et équatorial. Si le style du cadran équatorial



est constitué du style dans son ensemble ; pour le cadran polaire ce n'est que son extrémité qui marque l'heure ; le style doit alors dépasser du couvercle d'une longueur égale à celle qui sépare la ligne de midi à celle de 9 heures (ou à celle de 3 heures, qui est la même).

Ce cadran mesure 6,4 cm x 7,6 cm ; son "couvercle" a 2,5 mm d'épaisseur et sa "base" fait 11 mm d'épaisseur.

Le dessous du couvercle renferme également une volvelle lunaire plus élaborée que sur les cadrans précédents, avec une fenêtre dans laquelle apparaît la phase d'une Lune schématisée. Par contre les deux couronnes extérieures où figurent le mois et le quantième du mois n'ont qu'un intérêt décoratif. Le cadran analemmatique, son mécanisme et la boussole ont disparu de la base.

Venons-en à l'explication **des volvelles lunaires**.

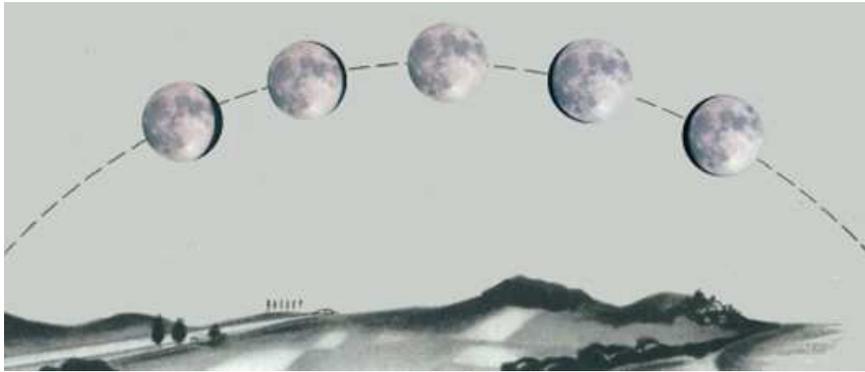
On appelle "volvelle lunaire", un dispositif tournant destiné à transformer l'heure lue sur l'un des cadrans solaires à la clarté de la Lune, en heure solaire.

Comme nous venons de le voir, les quatre cadrans en ivoire possèdent une volvelle lunaire. Il s'agit dans tous les cas d'une volvelle dite "volvelle lunaire française de type 2", dans la littérature spécialisée.

La volvelle se compose d'une couronne fixe divisée en deux fois douze heures et d'un disque tournant divisé en trente parties, sur nos quatre cadrans. La division correspond au mois lunaire ; elle peut être de 29, 29,5, 30 ou 31 parties.

Ceci découle du fait que la Lune tourne autour de la Terre et revient en face du Soleil tous les 29,5 jours en moyenne ; c'est la lunaison, ou mois lunaire, ou révolution

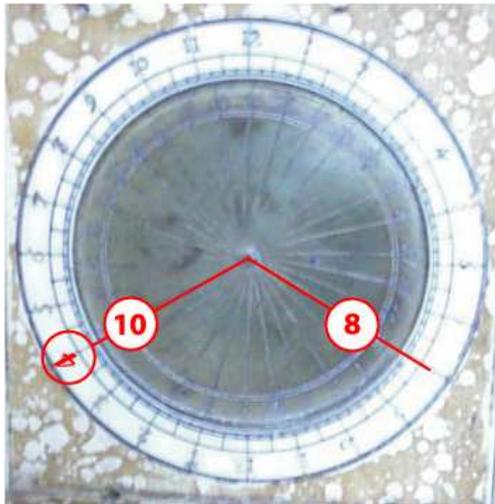
synodique, pendant laquelle la Lune nous déroule ses phases. Donc, chaque jour la Lune va se décaler vers l'est de $12,2^\circ$ en moyenne par rapport au Soleil. Plaçons-nous à la Pleine Lune : ce jour-là, la Lune brillante va marquer une ombre sur le cadran.



Puisque la Pleine Lune est opposée au Soleil, l'heure solaire indiquée sera égale à l'heure lunaire lue, plus douze heures. Par exemple si l'heure indiquée est XII (midi), il sera midi plus 12, c'est-à-dire minuit. Le lendemain, la Lune se

sera décalée de $12,2^\circ$ vers l'est, ce qui signifie que la Terre devra tourner de $12,2^\circ$ de plus, pour que l'ombre lunaire indique la même heure solaire. $12,2^\circ$ équivalent à 48,8 minutes ($12,2 \times 24 \times 60 / 360$), ou 48 minutes sur une lunaison de 30 jours, qu'on arrondi généralement à trois quarts d'heures.

Donc le lendemain de la Pleine Lune, lorsque l'ombre de la Lune indiquera XII, il sera minuit et trois quarts. Et ainsi de suite pour les jours suivants. Pour ceux qui précèdent on procédera de la même manière, en enlevant, cette fois-ci, 45 minutes par jour qui précède la Pleine Lune.



La volvelle lunaire s'utilise de la manière suivante : On lit sur le cadran solaire, l'heure donnée par le clair de Lune ; ensuite on fixe l'ergot ou l'index de la roue mobile sur l'heure trouvée. Puis on cherche, sur la roue mobile, la position qui correspond au nombre de jours qui se sont écoulés depuis la nouvelle Lune, c'est à dire l'âge de la Lune ; il suffit alors de lire sur le disque fixe, en face de l'âge de la Lune, l'heure solaire.

Par exemple, si l'index montre que l'ombre lunaire indiquait 8 heures et que nous sommes 10 jours après la nouvelle Lune, nous voyons sur le disque fixe que ceci correspond à $8+10 \times (48/60)+12$ heures solaires, donc 4 h du matin.

Remarquons que la luminosité de la Lune diminue très rapidement après ou avant la pleine Lune, au troisième jour (après ou avant la pleine Lune), elle n'aura déjà plus que 35% de l'éclat qu'elle avait à la pleine Lune. La Lune ne portera donc ombre que quelques jours autour de la pleine Lune. Il est donc illusoire de penser qu'on peut utiliser la volvelle tout au long du mois lunaire, mais comme je le disais plus haut, ces cadrans étaient surtout destinés à montrer l'érudition de leur propriétaire, ils avaient un caractère décoratif certain, étaient réalisés avec un soin que leur précision ne justifiait pas, et ajoutons qu'ils possédaient un caractère pédagogique évident, avec leurs possibilités d'expliquer les principaux mouvements du Soleil (en fait de la Terre) et de la Lune.





Cadran Septentrional d'Annecy

Un restaurateur plein d'initiative !

Par J.Robic

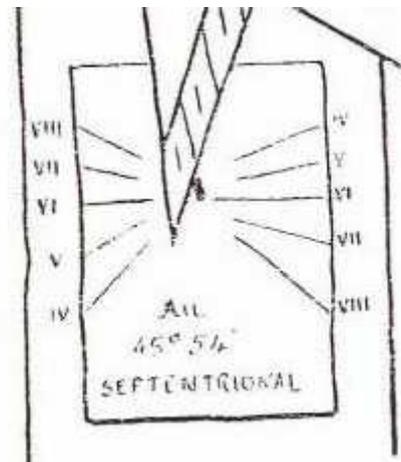
Le cadran en étoile bien connu du frère Arsène comporte un cadran septentrional bien original. Que signifient les nombres romains de IX à XIII à gauche ?



PJ Dallet et Y Massé l'ont supposé, le restaurateur aurait remplacé les V par des X pour les heures de fin de journée (à gauche), vraisemblablement pour donner une suite cohérente de chiffres : de IV à XIII.

Si on remet les V on voit le tracé du cadran conforme à celui d'un cadran à style polaire où seules les heures utiles sont tracées : 4h à 8h à la fois le matin et l'après-midi.

Dans la revue de l'AFAHA n°10 et aussi dans la revue Savoisienne Annecy 1923, on trouve un dessin d'époque de H.Bencker en 1923 qui confirme bien cette hypothèse.



Autres détails sur le cadran : <http://www.cadran-solaires.fr/cadran-annecy.html>



Cadran toise à Bruz

ou comment le soleil peut-il indiquer votre taille ?

Par J.Robic

Un cadran vertical à style humain : on se positionne sur une échelle de taille. Inversement, en connaissant l'heure on peut lire sa taille.



Ce grand cadran sans style réalisé selon le principe [1]

Il a été peint par mon voisin Thierry Linais dans notre entrée commune.

Lecture de l'heure

Comme vous le voyez, c'est avec son ombre qu'on lit l'heure, mais c'est un cadran très original, on doit se positionner selon sa taille ou inversement si on connaît l'heure, on trouve sa taille !

Ce n'est pas un cadran analemmatique où l'on se place selon la période de l'année.



Avantages du cadran

- comme il n'a pas de style, ça a permis de faire un grand cadran sans danger
- interactif : il faut agir pour trouver l'heure
- à plusieurs de différente taille, on peut s'en servir comme une toise solaire
- pas trop dur à expliquer : on devine le style virtuel polaire en pointillé ci-dessous



Références

[1] Cadran Info n°17 Mars 2008 – Article Cadrans-toises et fichier de calcul

Autres détails : <http://www.cadran-solaires.fr/style-humain-bruz.html>

Un cadran solaire digital



A découvrir,
à construire
ou
à acheter
sur le site:

<http://images.math.cnrs.fr/Un-cadran-solaire-digital.html>



Une évolution du cadran de berger

Par Fabio Savian

Etude du cadran de berger pour le rendre réglable en latitude en le transformant dans un cadran universel.

Study of the Shepherd's Dial to transform it into an universal sundial adjustable in latitude

Le cadran de berger est un cadran de hauteur. Il appartient à la catégorie des horloges dont seule la hauteur du Soleil permet la lecture de l'heure. Les cadrans de hauteur, comme ceux d'azimut, ont besoin d'un "réglage" car la même hauteur du Soleil, ou le même azimut, indiquent des horaires différents sans même changer de latitude. Ils nécessitent donc pour lire l'heure d'introduire la déclinaison du Soleil, connue par la date.

Ces indicateurs de temps ont connu différentes conceptions offrant d'efficaces horloges de voyage, en particulier les cadrans de hauteur car celle du Soleil est un paramètre facilement mesurable, à la différence de l'azimut qui nécessite la connaissance de la direction du Nord, ce qui n'est pas simple en voyage à moins d'utiliser une boussole.

Il est donc pratique de résoudre le triangle astronomique (fig.1) en posant la latitude, la déclinaison du Soleil et en mesurant la hauteur du Soleil. Après avoir posé ces trois angles il est théoriquement possible de résoudre le triangle qui a comme inconnus les trois autres angles, c'est-à-dire l'azimut du Soleil, l'angle horaire et l'angle parallactique (ce dernier d'aucune utilité pratique).

Malgré la mesure de la hauteur il apparaît immédiatement que pour l'azimut on doit lever une ambiguïté, celle de la correspondance des hauteurs entre les heures du matin et celles de l'après-midi. Ceci impose de connaître si la lecture se produit le matin ou l'après-midi, ce qui est délicat à définir à proximité du midi. En outre la variation de hauteur du Soleil vers midi est faible et difficilement mesurable, ce qui augmente l'incertitude de la lecture de l'heure durant la partie centrale de la journée.

Toujours d'une manière générale, ces horloges sont réalisées pour une latitude fixe. On imagine que l'utilisateur reste dans une aire ou la latitude pour laquelle l'horloge a été construite puisse raisonnablement se considérer constante ou, de toute façon, que les déplacements en latitude soient qu'ils ne causent pas d'erreurs significatives.

Le cadran de berger (fig.2) est un exemple. Pour les autres cas, on a cherché à construire des cadrans réglables en latitude, de façon à les rendre "universels".

Le cadran du Capucin (fig.3) par exemple, présente une version universelle dans le cas du "Regiomontanus" et dans la "Navicula Veneta" (fig.4), même si cette dernière est atteinte d'une petite approximation théorique.

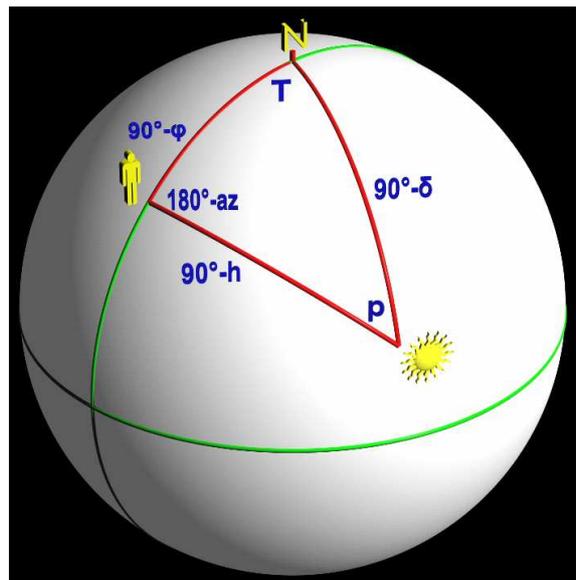
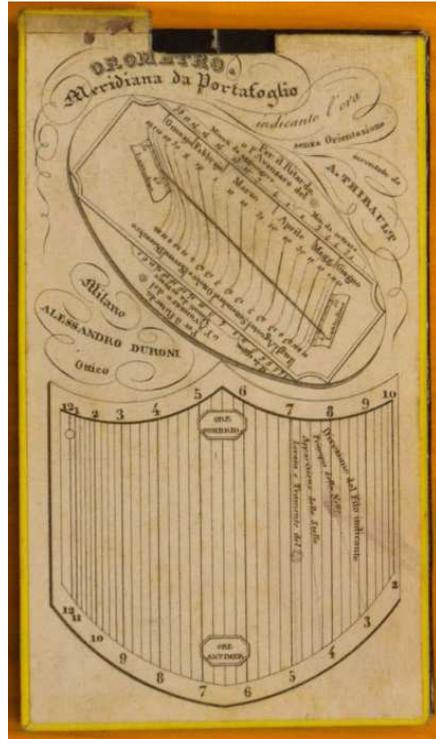


Figure 1: Le triangle astronomique où les six angles sur la sphère trigonométrique sont mis en évidence: l'angle T, le complément à la latitude $90^\circ - \varphi$, le complément à 90° de la déclinaison du Soleil, le complément à 90° de la hauteur du Soleil h , le complément à 180° de l'azimut az et l'angle parallactique p . Sont aussi en évidence avec des symboles les significations des trois sommets, c'est-à-dire la direction Nord, l'observateur et la position du Soleil.



▲ Fig.2: Cadran de Berger



▲ Fig.4 Ila veneziana (modello ligneo di Diego Fracasso)

◀ Fig.3 Cadran du capucin dans une version où il est possible de l'utiliser sous différentes latitudes.

Dans cet article nous analyserons le cadran de berger pour vérifier la possibilité de le rendre réglable en latitude. Nous reprendrons donc son principe et son utilisation pour entrer dans le sujet.

Le cadran de berger est doté d'un style horizontal monté sur un capuchon tournant sur un cylindre où se trouve le tracé d'un diagramme, c'est-à-dire le cadre avec les lignes horaires.

La possibilité de pivotement du capuchon permet de positionner la lame du style en correspondance d'un point du bord supérieur du diagramme. Ce dernier est constitué de lignes verticales, (suivant les lignes directrices du cylindre), qui sont les lignes diurnes et par des courbes horaires venant en intersection.

Les lignes diurnes (correspondantes aux lignes de déclinaison), peuvent ne pas être tracées en opérant comme il sera décrit ci-après.

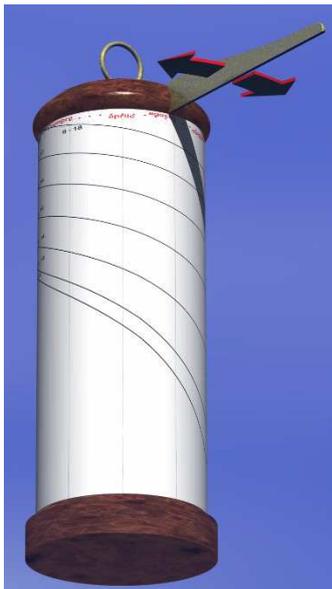


Fig.5 Cadran de berger : réglage du style sur la date d'observation.

En tournant le style droit autour de l'axe du cylindre on porte la lame du style en correspondance avec la ligne de déclinaison du jour d'observation (fig. 5). Cette opération est facilitée par une échelle calendaire qui remplace celle des déclinaisons.

Une fois le style positionné pour la date, on tourne l'ensemble du cadran afin que le style soit dans la direction de l'azimut du Soleil (fig.6). Ainsi l'ombre se projette verticalement sur le cylindre et par conséquent sur l'échelle de la ligne diurne choisie. Cette opération, comme je j'ai dit auparavant, rend inutile le tracé des lignes diurnes. En effet il est particulièrement simple de reconnaître l'azimut correct quand l'ombre sur le cylindre devient parfaitement droite et verticale.

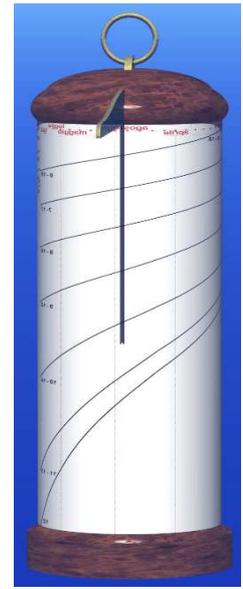


Fig.6 Cadran de berger : orienté vers le Soleil.

Les courbes horaires sont tracées en calculant, pour un nombre convenable de lignes de déclinaison, les points correspondants à la longueur de l'ombre du style pour une heure donnée et en procédant ensuite à une interpolation.

L'opération peut être suivie sur une feuille plate qui sera ensuite placée sur la surface du cylindre en l'enveloppant.

Dans la figure 7 nous donnons un exemple de diagramme. Celui-ci peut avoir une longueur égale à la circonférence du cylindre ou ne le couvrir que partiellement, comme l'échelle des déclinaisons peut être aussi linéaire aux dates et tout cela influe sur la forme des courbes horaires mais pas sur l'opérativité du cadran solaire.

Les longueurs des ombres qui déterminent les points d'interpolation dépendent du triangle du style (fig.8) et se tirent de la formule:

$$1) \quad s = l * \tan(h)$$

où l est la longueur du style, s la longueur de l'ombre et h la hauteur du Soleil.

La hauteur h du Soleil est en relation avec l'angle horaire T selon la formule connue :

$$2) \quad \sin(h) = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(T)$$

où φ est la latitude et δ la déclinaison du Soleil.

De la formule 2) on déduit que la construction du cadran dépend de la latitude et par conséquent, l'usage du cadran sera lié à cette variable.

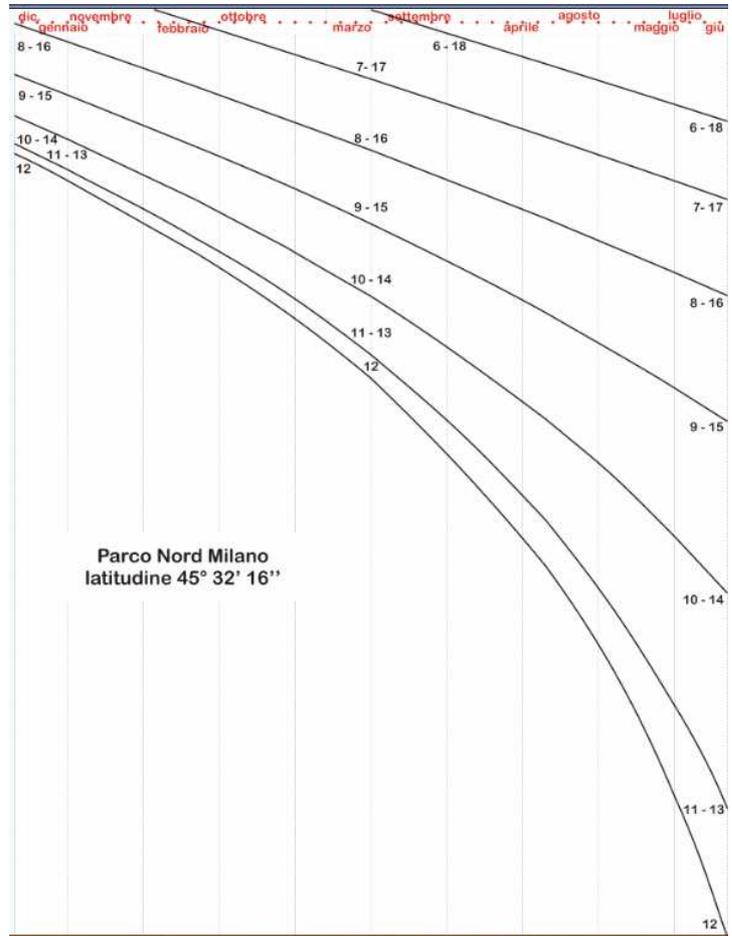


Fig.7: Tracé en plan, linéaire sur l'échelle des déclinaisons, calculé pour une localité proche de Milan.

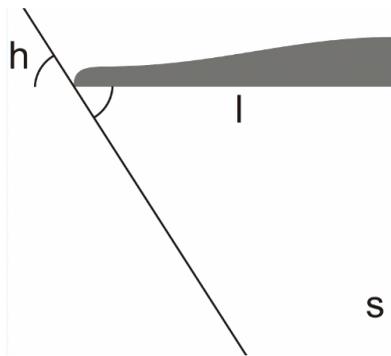


Fig.8 Triangle du style pour déterminer la longueur des ombres.

Afin qu'un cadran devienne universel, l'échelle des heures de chaque ligne de déclinaison devrait être utilisée pour différentes latitudes. Cette opération peut être répétée en faisant varier quelques éléments du cadran comme, par exemple, la longueur ou la position du style. En analysant la structure des formules 1) et 2), il apparaît évident que cela n'est pas possible car chaque échelle a une expression liée soit à la déclinaison du Soleil, soit à la latitude.

Il s'ensuit que atteindre notre but de rendre ce cadran universel, il nous faut modifier la distribution des indications horaires sur les lignes de déclinaison de façon qu'elles deviennent utilisables pour différentes latitudes.

L'approche choisie par l'auteur est celle de courber le style de façon qu'on cherche une nouvelle distribution visant l'objectif.

Le style droit projette une ombre dont la longueur est proportionnelle à la tangente de la hauteur du Soleil pendant que la 2) est explicitée par le sinus. Comme premier pas on peut utiliser une courbe du gnomon telle que la longueur de l'ombre s soit proportionnelle au sinus de la hauteur du Soleil. En obtenant:

$$3) s = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(T)$$

De cette façon la longueur de l'ombre correspond à la somme des deux termes.

La courbe cherchée pour ce gnomon est représentée géométriquement dans la figure 9.

Un segment AB dont la longueur est égale à 1 est tournée de façon que ses extrémités touchent : en premier un style droit de la même valeur et en second, un segment vertical du cylindre, toujours de longueur 1, qui se joint avec le style droit au point C. Le segment AC résultera du sinus de l'angle ABC, c'est-à-dire la hauteur du Soleil. La rotation du segment AB décrira les tangentes à la courbe cherchée de façon qu'il soit possible d'en déduire l'équation¹.

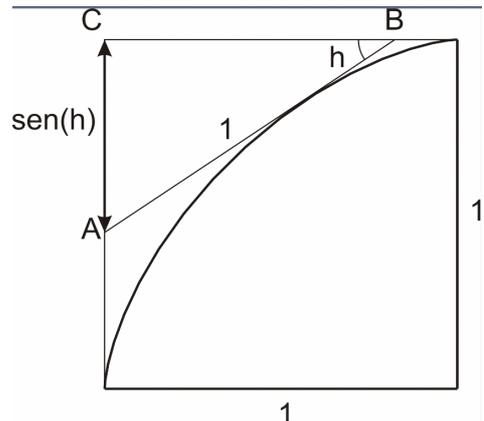


Fig.9 Recherche de la courbe du style pour en tirer une longueur d'ombre liée au sinus de la hauteur du Soleil.

$$4) y = 1 - \sqrt{(1 - \sqrt[3]{x^2})^3}$$

La courbe peut être construite aussi graphiquement en traçant l'enveloppe avec un nombre approprié de segments AB pour différents angles de h. La projection de l'ombre se produit de façon opposée comme d'habitude, c'est-à-dire la longueur s, égale au sinus de la hauteur du Soleil, est en lumière et est repérée par le point C et par l'extrémité A de l'ombre projetée.

Cela étant, nous pouvons passer à analyser la formule 3) en négligeant pour le moment le premier terme, ne prenant en considération que le second. Le produit des cosinus de la latitude et de la déclinaison du Soleil peut être interprété comme un coefficient k

$$5) k = \cos(\varphi) * \cos(\delta)$$

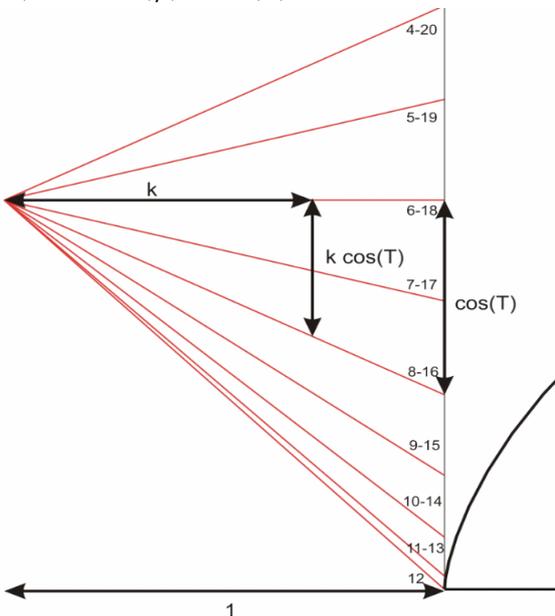


Fig.10 Cadran des heures sur les lignes verticales $k = \cos(\varphi) \cos(\delta)$. La trace à droite est partie du gnomon courbe, en ce cas, avec le point d'attache pour $k = 1$ et $q = 0$ correspondent à l'équateur et à l'équinoxe.

et il existera des quantités de combinaisons de latitudes et de déclinaisons du Soleil qui produiront un coefficient k de même valeur. Cela veut dire qu'il est possible de construire un cadran où les lignes verticales ne représentent plus la déclinaison du Soleil mais le coefficient k. Il s'agira donc de pivoter le gnomon courbe autour de l'axe du cylindre pour le situer sur la ligne du coefficient k opportun. Pour cela, il est simplement nécessaire d'avoir une échelle permettant d'exécuter la rotation correcte sur la base de la date et de la latitude du lieu.

La valeur k devient donc l'abscisse du diagramme. "k" est compris entre zéro et un. Elle n'a pas de signification astronomique. Elle permet de déterminer l'échelle horaire pour n'importe quelle combinaison de latitude et de déclinaison du Soleil. Lorsque $k = 1$, l'échelle horaire sera le cosinus de l'angle horaire. Pour les autres valeurs elle variera de façon proportionnelle à k, en générant un cadran où les lignes horaires sont des droites ayant une origine commune à $k = 0$ (fig.10).

¹ La courbe est une branche d'un astéroïde composée de quatre points, citée dans la correspondance de Leibniz dès l'an 1715. Le nomme astéroïde paraît, au contraire, pour la première fois en 1838 dans un livre publié à Vienne.

Ce cadran est particulièrement simple à tracer mais à cette étape, il nous reste encore à considérer le premier terme de la formule 3) qui a été momentanément omis.

Il est évident que s , déterminée par la projection de l'ombre du style courbe, est la somme de l'indication obtenue sur le cadran plus la quantité q décrite par le premier terme d'où

$$6) q = \sin(\varphi) \sin(\delta).$$

Cela signifie qu'en déplaçant longitudinalement le style le long des lignes k on peut compenser avec la longueur q , exprimée par le premier terme, la lecture du deuxième terme sur le cadran et ainsi obtenir la lecture de l'angle horaire. il devient donc:

$$7) s - q = k \cos(T)$$

Pour obtenir ce résultat nous aurons besoin d'un deuxième diagramme nous permettant d'exécuter soit une rotation k , soit un déplacement longitudinal q , pour positionner le style à la position correcte.

Nous pouvons supposer qu'il existera une famille de courbes de déclinaison du Soleil et une famille de courbes de latitude, et que les courbes se croiseront entre elles à des points tels qui définissent l'abscisse k et l'ordonnée q . Nous pouvons repérer ces courbes en organisant le système d'équations:

$$8) \begin{cases} x = \cos(j) \cos(d) \\ y = \sin(j) \cos(d) \end{cases}$$

En résolvant le système pour la latitude on obtient l'équation:

$$9) \frac{y^2}{\sin^2(j)} + \frac{x^2}{\cos^2(j)} = 1$$

qui représente une ellipse avec comme grand axe: $\sin(\varphi)$ et pour petit axe: $\cos(\varphi)$, ou vice versa.

L'ensemble des courbes qui expriment toutes les latitudes comprises entre 0° et 90° configure une famille d'ellipses inscrites dans un carré dont l'aspect est celui de la figure 11.

Vue la symétrie des formules 8), les courbes de déclinaison sont exactement identiques à celles de latitude et par conséquent, il n'existe pas deux familles de courbes qui se croisent mais une seule famille de courbes qui se réfèrent aux mêmes valeurs angulaires mais

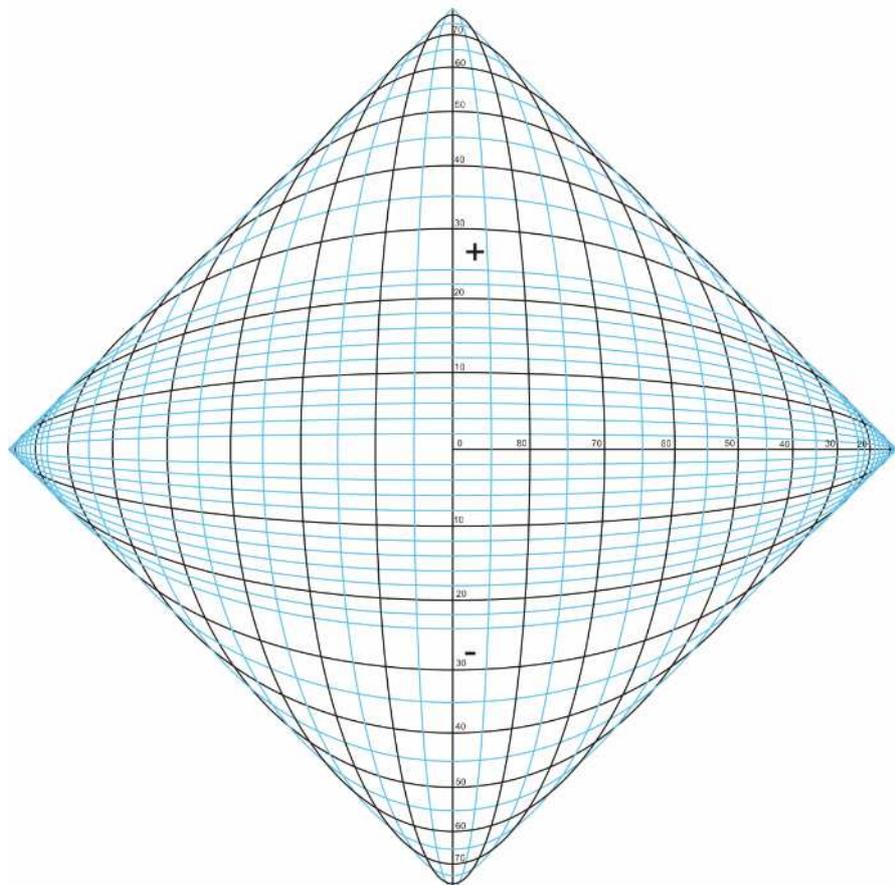


Fig.11 Diagramme des latitudes et des déclinaisons du Soleil qui déterminent le déplacement q et la rotation k . Le diagramme correspond à un gnomon courbe inscrit dans un carré avec côté égal à moitié de la ligne de latitude 90° .

avec deux significations différentes.

Quelques considérations de toute façon s'imposent.

1) Point d'accrochage du gnomon courbe : la valeur $q = 0$ implique qu'on y trouve l'équateur où l'observation se déroule à l'équinoxe. Si les deux circonstances étaient vérifiées, k vaudrait 1, donc le point d'accrochage du gnomon courbe sur le cylindre se trouverait sur l'heure douze de la ligne $k = 1$. Dans tous les autres cas avec $q = 0$, le point d'accrochage se maintiendrait au même niveau longitudinal et impliquerait seulement une rotation k .

Le déplacement du point d'accrochage établi par le diagramme des latitudes et des déclinaisons du Soleil a comme limite une ligne de démarcation qui coïncide avec la ligne horaire des douze, donc les deux diagrammes se touchent.

2) Situation au pôle : au Pôle Nord, k devient nul, en imposant la rotation du style sur la ligne $k = 0$ où les lignes horaires collapsent dans un unique point. Au pôle, les heures ne peuvent pas être distinguées durant la journée, car la déclinaison du Soleil peut être considérée constante.

Le déplacement longitudinal q dépendra seulement de la déclinaison du Soleil et sera tel à faire tomber l'ombre dans l'unique point prévu par le cadran, mettant en évidence la difficulté à lire l'heure, par le fait que la hauteur du Soleil est quasi constante. En effet lorsque $\varphi = 90^\circ$ on aura : $q = \sin(\delta)$ et la hauteur du Soleil sera $h = \delta$, de la formule 3) on aura $\sin(\delta) = \sin(\delta)$ c'est-à-dire le sommet de l'ombre tombera toujours sur l'unique point de la courbe avec $k = 0$.

3) Ambiguïté avec les valeurs égales de déclinaison du Soleil et celle de la latitude. Dans la bande des tropiques il est possible d'avoir la même valeur pour la déclinaison du Soleil et la latitude. Dans ce cas le système paraît tomber sur une incertitude insoluble car on ne ressort pas un point d'intersection d'une courbe avec elle-même. En imposant dans les formules 8) une même valeur α pour la latitude et pour la déclinaison du Soleil on obtient:

$$10) y = -x + 1$$

c'est-à-dire qu'on doit sélectionner le point où la courbe α est tangente à la ligne qui circonscrit le diagramme et qu'elle coïncide avec la ligne des "heures douze". Cela implique que l'indication de l'heure douze aura le Soleil au zénith. En effet lorsque $\varphi = \delta$, à midi de la formule 2) on obtient $h = 90^\circ$.

4) Déclinaisons du Soleil négatives et hémisphère austral. Jusqu'à présent nous avons seulement considéré un cadran avec un diagramme des courbes de latitudes et de déclinaisons du Soleil. En particulier nous avons considéré le cadran avec abscisses et ordonnées positives correspondant aux valeurs positives des deux grandeurs. Dans l'hémisphère boréal, avec la déclinaison du Soleil négative, nous considérerons, pour la branche de l'ellipse du cadran au-dessous, c'est-à-dire avec les abscisses positives et les ordonnées négatives. Dans ces cas, en effet, le terme q devient négatif.

Pour les mêmes raisons que pour le signe de q , dans l'hémisphère austral on utilisera le cadran avec les ordonnées positives lorsque la déclinaison du Soleil est négative. Vice versa on utilisera le cadran avec ordonnées négatives avec la déclinaison du Soleil positive.

En général nous pouvons dire que le cadran avec ordonnées positives est utilisé quand la latitude et la déclinaison ont le même signe, tandis que les deux cadrans avec abscisses négatives ne sont jamais utilisés.

5) Universalité de l'instrument : au-delà d'être utilisé pour une quelconque latitude, l'instrument présente une autre curiosité lorsque les courbes de la latitude coïncident avec celles de la déclinaison du Soleil, ces dernières sont implicitement tracées aussi pour des valeurs qui excèdent l'inclinaison de l'axe terrestre. Le diagramme est, donc, intrinsèquement adapté à montrer la déclinaison du Soleil dans une planète quelconque, condition qui m'a poussé, d'un bond mystérieux, à le définir comme "le cadran de l'astronaute"

En voulant, au contraire tracer les lignes diurnes, comme d'habitude, il faudra considérer (par ce que nous avons déjà dit au point précédent), qu'elles devront être tracées seulement dans un des quatre cadrans du diagramme, c'est-à-dire en fonction de la latitude et de la déclinaison correspondante.

6) Variations du schéma de l'horloge: le cadran avec les lignes horaires et le diagramme des courbes de latitude et déclinaisons constituent le schéma de l'horloge qui peut être modifié de différentes manières.

Le schéma peut être varié à discrétion sur l'échelle horizontale sans aucune modification des dimensions du gnomon courbe car son opérativité sur les sections verticales du schéma reste inaltéré. Cela signifie, par exemple, que le schéma peut être déformé horizontalement pour correspondre à la longueur de la circonférence du cylindre.

Pour la même raison le schéma peut être déformé longitudinalement sans aucune conséquence sur l'opérativité de l'instrument et sans variations du gnomon. Par déformation longitudinale on entend le glissement vertical de sections, même verticales, sans en altérer les dimensions. Par exemple le schéma peut être déformé jusqu'à être inscrit dans un rectangle, (fig. 12) pour occuper toute la surface du cylindre. Une variation de l'échelle verticale entraîne au contraire la réduction du style qui devra varier de la même entité aussi dans l'échelle horizontale. Le carré qui contient le gnomon courbe devra avoir comme côté la distance entre les lignes horaires six et douze pour $k = 1$, à son tour égale à la moitié de la ligne de latitude des 90° .

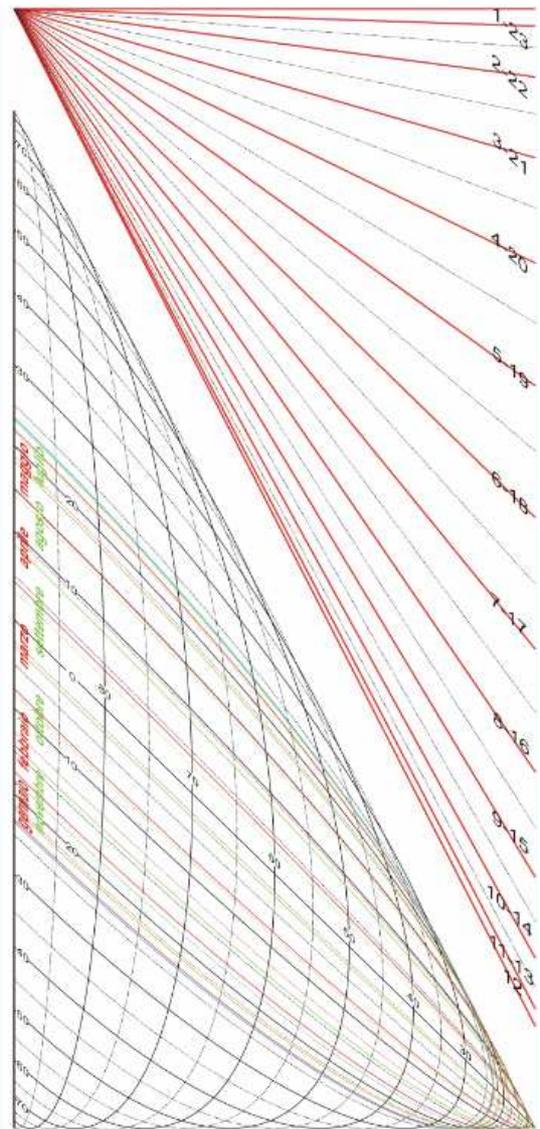


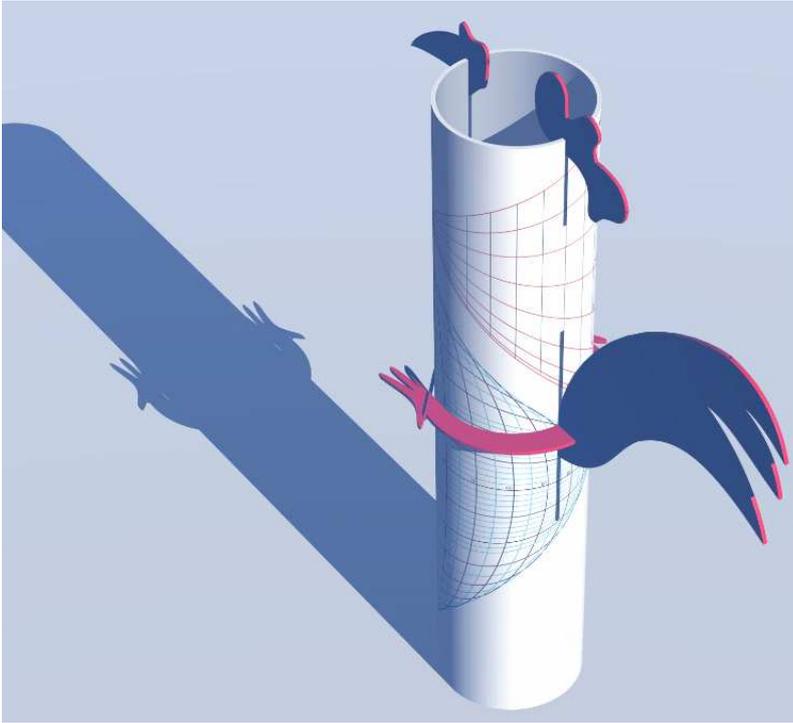
Fig.12 Modification du schéma du cadran par une distorsion longitudinale. ►

J'ai réalisé un prototype en interprétant la courbe du gnomon comme le profil de la queue d'un coq (fig. 13 page suivante). Comme toutes les idées nouvelles il est plausible qu'on puisse découvrir des modèles qui interprètent l'instrument avec différentes orientations esthétiques et fonctionnelles.

La principale caractéristique du cadran est la nécessité de pouvoir à un mouvement du gnomon aussi bien rotatoire que longitudinal. Dans le prototype cette fonction a été résolue en faisant adhérer le gnomon au cylindre par une structure mi-circulaire et une bande élastique.

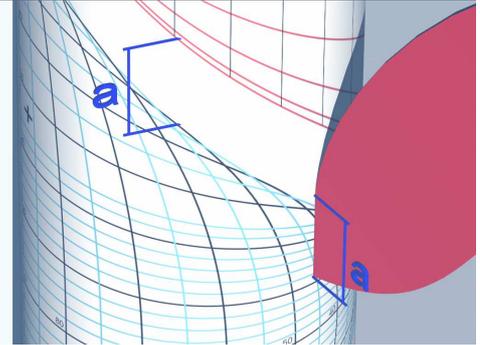
Le point de greffage du gnomon courbe sur le diagramme est le point terminal inférieur de la courbe et faire adhérer en un seul point le gnomon sur le cylindre peut être problématique. Dans le prototype j'ai prolongé le point de greffage du gnomon avec un segment vertical dont l'extrémité est devenue l'index qui glisse sur le diagramme (fig. 14). Ce prolongement implique que le cadran des heures et le diagramme des latitudes et des déclinaisons éloignées longitudinalement de la même longueur que le segment.

Puisque l'horloge est l'évolution d'un instrument portable on peut prévoir que la queue puisse disparaître dans une fissure, d'une façon analogue à certains cadrans de berger qui permettaient de cacher le gnomon à son intérieur.



◀ Fig. 13. l'horloge solaire représenté sous les traits d'un coq.

Fig.14 Prolongement du gnomon courbe pour créer un index avec un encadrement plus confortable et créer une zone de contact entre gnomon et cylindre. Le prolongement cause le même espace du diagramme des latitudes et des déclinaisons à partir du cadran des heures. ▼

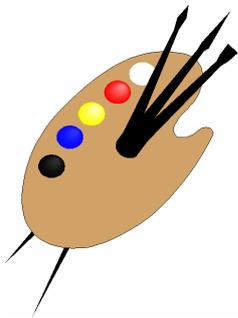


Avec cette étude je souhaiterai dans le futur, pouvoir comparer les réalisations de gnomonistes qui ont, au-delà de l'habileté artisanale, la capacité d'interpréter les modèles mathématiques et géométriques en œuvres originales.



L'enduit silicaté pour stuc... complément à « *Faites-les vous-mêmes* » de J. Theubet

En intérieur comme en extérieur, l'enduit silicaté pour stuc, à base de silicate et de pigments naturels (oxydes, terres) est recherché pour sa finition typique des vieux marbres.



Il se pose à la lisseuse en deux ou trois couches, en fonction du résultat souhaité. Perméable à la vapeur d'eau et résistant aux agressions atmosphériques, l'enduit silicaté pour stuc fait corps avec son support (procédé de silicification).

Cette grande adhérence est un gage de longévité des ouvrages.

En extérieur, l'enduit silicaté pour stuc résiste à l'usure du temps et à l'acidité de l'eau de pluie, grâce à leur perméabilité et à leur tolérance aux ultraviolets.

Le stuc au silicate de potassium demande une préparation des supports selon des méthodes précises pour une plus grande durabilité. (Pierre-Alain)



Le nocturlabe

Par Denis Savoie

Le nocturlabe aussi appelé nocturnal ou « cadran aux étoiles » présente des particularités intéressantes : c'est un instrument dont l'existence est liée en partie au « hasard », à savoir le fait qu'il existe à proximité du pôle céleste Nord des étoiles circumpolaires assez brillantes comme celles de la Petite Oursé¹, de la Grande Oursé² ou de Cassiopée³ qui rendent possible la lecture de l'heure stellaire avec un instrument portable de dimensions raisonnables.

Le nocturlabe est un instrument dont la précision dépend en partie du phénomène de précession des équinoxes, ce qui est original ; cela se traduit par le fait que plus les siècles passent depuis son invention (sur laquelle on ne sait rien), plus sa précision relative augmente.

Après avoir rappelé la théorie du nocturlabe, on s'attachera à estimer sa marge d'erreur et son évolution au fil des siècles.

1 – Théorie de l'instrument

Pour un gnomoniste, le nocturlabe ou nocturnal⁴ est un cadran stellaire de type équatorial. Il donne directement l'angle horaire H d'une étoile dont on connaît l'ascension droite α . Par une simple addition, on obtient le temps sidéral TS par la relation fondamentale :

¹ L'étoile β UMi, appelée la Claire ou Kochab (β Petite Oursé), a souvent été utilisée.

² Les étoiles α UMa (Dubhe) et β UMa (Merak) forment un alignement presque parfait souvent utilisé.

³ Les étoiles α et β Cas, quasiment de même éclat, ont parfois été utilisées ; si la Grande Oursé est basse sur l'horizon, le W de Cassopée, opposé par rapport à l'étoile polaire, est voisin du zénith.

⁴ La littérature sur l'histoire de cet instrument est assez pauvre. On trouvera une magnifique gravure d'un usager du nocturlabe dans Apianus, *Instrument Buch*, Ingolstadt, 1533 ainsi dans son *Cosmographicus Liber*, Anvers, 1533. Une des plus belle réalisation est certainement celle de G. Volpaia, exécutée à la fin du XVI^e siècle : voir M. Miniati, « Un nuovo orologio notturno », *Nuncius*, A7, vol. 2, 1992, p. 115-117. Quelques fois, un nocturlabe accompagne le compendium : voir L. Janin, « Un compendium de poche par Humphrey Cole 1557 », *Annali Dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze*, anno I, 1976, fascicolo 2.

L'article le plus sérieux sur les nocturlabes est celui de L. Janin, « Le cadran aux étoiles », *Orion*, Bulletin de la Société Astronomique de Suisse, n° 133, décembre 1972, p. 171-175. E. Poulle, dans « Les instruments astronomiques du Moyen Age », *Astrolabica* n° 3, 1983, p. 7-9, expédie l'instrument : « Le nocturlabe, qui ne prétend remplir qu'un rôle très pratique de calcul manuel de l'heure solaire à partir de l'heure sidérale, illustre parfaitement le caractère très utilitaire des instruments astronomiques médiévaux lorsqu'ils n'ont pas l'excuse de la pédagogie ». E. Poulle pense que le nocturlabe aurait été utilisé au XI^e siècle pour déterminer l'heure la nuit (*cf infra*).

Sur l'invention du cadran aux étoiles qui remonterait selon H. Michel à la haute antiquité chinoise (vers 800 av. J. -C), voir H. Michel, « Méthodes astronomiques des hautes époques chinoises », *Les conférences du Palais de la Découverte*, série D, n° 65, 1959, p. 9-14.

Certains traités anciens de gnomonique consacraient vers la fin de l'ouvrage un chapitre au « cadran aux étoiles » ; c'est le cas par exemple de O. Fine, *De Solaribus horologiis et quadrantibus*, Paris, 1560, p. 84-92 ; ou du P. de Sainte Marie Magdelaine, *Traité d'Horlogiographie*, Paris, 1680, p. 263-268 ; ou bien encore de Bion, *Traité de la construction et des principaux usages des instrumens de mathématique*, 3^e édition, Paris, 1725, p. 386-388 ; *idem* chez l'excellent Père Milliet Dechaes, *Cursus seu mundus mathematicus*, Lyon, tome 3, 1674, p. 255-257. Des traités modernes de gnomonique consacrent encore un court chapitre à cet instrument.

Lalande, dans son *Encyclopédie méthodique*, Paris, 1784, t. 1, p. 252-253, appelle l'instrument en question « nocturnal de Munster », mais précise : « On ne fait plus guère de ces sortes d'instruments ; ils ne sauraient

$$TS = H + \alpha$$

Connaissant la date, on peut transformer ce temps sidéral en temps solaire moyen ou en Temps Universel (UT). Imaginons que l'on observe l'étoile α UMa (α de la Grande Ourse, appelée *Dubhe*) le 23 avril 2008 à Greenwich (longitude nulle). L'ascension droite de l'étoile vaut 11 h 04 m 17 s. L'angle horaire mesuré au moyen du nocturlabe est de $+70^\circ = 4$ h 40 m. D'où temps sidéral = 4 h 40 m + 11 h 04 m 17 s = 15 h 44 m 17 s.

Or ce jour-là, le temps sidéral à Greenwich à 0 h UT est de 14 h 05 m 38 s. Il s'est donc écoulé 1 h 38 m 39 s sidérale depuis 0 h UT et il est 1 h 38 m 23 s UT (on divise l'heure sidérale par $1,0027379 = 24$ h / 23 h 56 m 04 s).

L'agencement du nocturlabe permet de réaliser mécaniquement les opérations précédentes. L'appareil se compose de trois parties (fig. 1) :

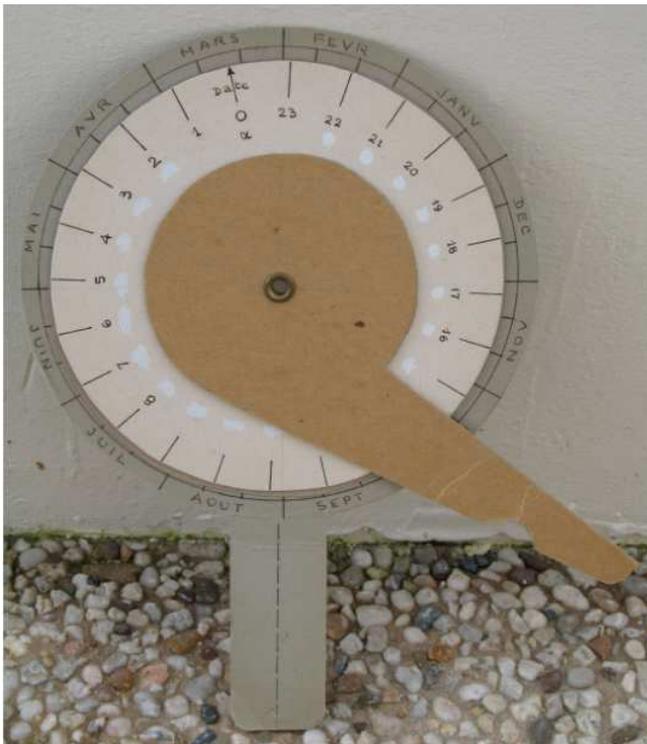


Figure 1

– une raquette circulaire avec un manche qui doit être maintenue dans le plan équatorial; donc sa normale doit viser le pôle céleste, soit sensiblement l'étoile polaire⁵. On doit tenir la raquette perpendiculairement à la ligne de visée. C'est bien l'étoile polaire qui est visée directement et non pas l'ensemble des deux étoiles : l'étoile α UMa par exemple est donc observée en vision oblique.

La raquette porte à sa périphérie des douze mois de l'année avec des divisions de 10 en 10 jours ou de 5 en 5 jours.

– un disque tournant de plus petit diamètre porte les traits des heures ou des crans dans les anciens nocturlabes. On limite le tracé au strict nécessaire si l'instrument ne sert pas à des latitudes variées, soit de 16 h à 8 h en France en passant par minuit.

Ce disque porte un index servant à pointer la date et à mettre la couronne des heures dans la position convenable ; on emploie souvent comme index la ligne 0 h.

– un curseur, pivotant lui aussi autour du trou central, est déplacé de telle sorte que l'étoile soit coupée par son tranchant diamétral. Le tranchant en question en coupant la couronne des heures, indique directement l'heure solaire cherchée, en temps moyen local ou en Temps Universel UT. Pour un bon usage de l'appareil, le curseur doit être observé au-delà du minimum de vision directe. Si l'on admet 30 cm pour celle-ci, avec l'étoile α UMa située

avoir de la précision à cause de leur petitesse, & à raison de la différence qu'il y a entre l'étoile polaire & le vrai pôle du monde auquel on ne peut pas diriger le centre de l'instrument ». Voir en effet S. Münster, *Compositio horologium*, Bâle, 1531, p. 144 et *infra* où l'on donne une très belle gravure du nocturlabe. Il est possible que l'instrument dérive de celui qui était utilisé en navigation : voir R. D'Hollander, *L'astrolabe*, éd. IO, Paris, 1999, p. 353-360.

⁵ Sur les erreurs dues à l'excentricité de l'étoile polaire, cf. *infra*.

actuellement à $28^{\circ},29$ du pôle⁶, mais à $27^{\circ},59$ de la Polaire, le curseur doit avoir une longueur égale ou supérieure à $[30 \tan 27^{\circ},59] = 15,7$ cm, soit 16 cm.

Pour caler la couronne des dates par rapport à l'axe, on cherche à quelle date en 2010 par exemple, l'étoile α UMa passe au méridien supérieur international de Greenwich à 0 h UT. L'ascension droite de cette étoile valant environ 11 h 04 m, il faut chercher dans les éphémérides à quelle date le temps sidéral à Greenwich est égal à cette ascension droite ; ce qui donne le 9 mars 2010. C'est donc la date du 9 mars qui figurera sur le diamètre méridien du nocturlabe. Si on se trouve en un lieu de longitude λ , on cherche pour ce méridien à quelle date le temps sidéral local égale l'ascension droite de l'étoile prise comme repère lorsqu'elle passe à 0 h UT au méridien supérieur. Imaginons que l'on soit à Céreste (Alpes de Haute-Provence), dont la longitude est $\lambda = -0$ h 22 m 24 s. La consultation des éphémérides montre que le temps sidéral à Greenwich est égal à 10 h 42 m 39 s le 3 mars à 0 h UT, soit 11 h 05 m 03 s de temps sidéral au lieu de longitude $\lambda = -0$ h 22 m 24 s : c'est donc la date du 3 mars qui figurera sur le diamètre méridien du nocturlabe.

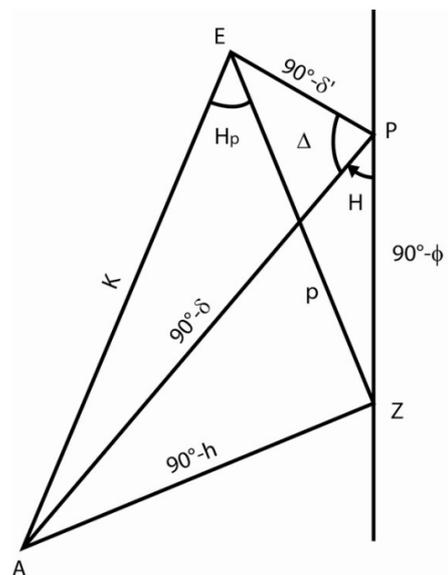
Les autres dates seront portées dans le sens trigonométrique à raison de $0^{\circ},9863$ par jour ($360^{\circ}/365$ jours). En prenant le nocturlabe calé sur Céreste, on en déduit que la date du 1^{er} avril sera à $28^{\circ},6$ à gauche du point initial (le 1^{er} avril = 32 mars, d'où $32 - 3 = 29$; $29 \times 0^{\circ},9863 = 28^{\circ},6$). Le 1^{er} mai sera à $58^{\circ},2$; etc.

Sur le disque mobile, les heures UT seront tracées de 15° en 15° à partir de la ligne 0 h (8 lignes de chaque côté). On pourrait s'étonner de voir des heures de temps moyen espacées de 15° sur un appareil stellaire. Ainsi la ligne 6 h du matin est placée à 90° de la ligne 0 h. Or l'étoile, qui parcourt 360° en 23 h 56 m 04 s, aura décrit un arc de $90^{\circ},25$ en 6 h de temps moyen : d'où un désaccord de $0^{\circ},25$. En fait ce n'est qu'une apparence car la date n'est plus (par exemple) comme à 0 h, le 23,0 avril, mais déjà le 23,25 avril : l'index 0 doit donc être avancé d'un quart de degré, ce qui a pour effet de faire disparaître la prétendue erreur en ramenant la ligne 6 h sous le curseur.

2 – Erreur due à l'excentricité

Le fait que l'étoile polaire (α UMi) ne soit pas exactement au pôle céleste Nord entraîne une erreur d'excentricité qu'il est intéressant de quantifier, ce que la littérature classique ne donne pas. Cela vaut pourtant la peine d'estimer l'erreur induite si l'on pose que des mesures d'heures nocturnes ont été faites dans le passé et d'autre part cela permet d'établir une table de correction de la mesure faite avec l'instrument, permettant ainsi d'obtenir un résultat relativement précis pour un usage contemporain.

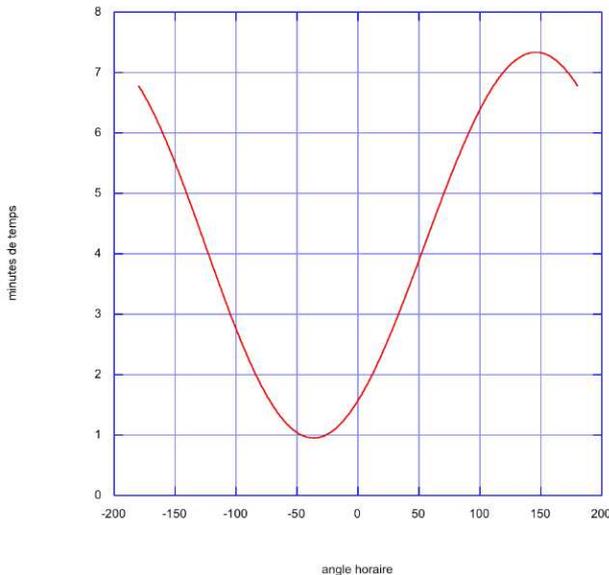
La figure 2 (ci-contre) représente l'extérieur de la sphère céleste : P est le pôle céleste Nord, Z le zénith du lieu, E l'étoile polaire, A l'étoile repère. Au lieu de lire l'angle horaire H de cette dernière étoile, on lit l'angle H_p puisque l'utilisateur vise non pas P mais E.



⁶ Coordonnées apparentes pour le 21 juin 2010 de α UMa : $\alpha = 11$ h 04 m 23 s et $\delta = +61^{\circ} 41' 51''$. Étoile polaire : $\alpha = 2$ h 43 m 23 s et $\delta = +89^{\circ} 18' 23''$. Rappelons que dans l'Antiquité, à l'époque de Ptolémée par exemple, l'étoile polaire était située à presque 11° du pôle céleste Nord. Vers 2787 av. J.-C., c'était l'étoile α Dra qui était polaire.

La quantité notée K représente la distance angulaire entre l'étoile polaire et l'étoile repère ; cette quantité peut être considérée comme constante sur plusieurs dizaines années (étant donné la précision cherchée) mais elle varie lentement au fil des siècles en raison essentiellement de la précession des équinoxes et dans une moindre mesure en raison du mouvement propre des deux étoiles.

Etoile α UMa
latitude 49°
année 2010



Soient α et δ les coordonnées équatoriales de l'étoile repère, α' et δ' les coordonnées équatoriales de l'étoile polaire, ϕ la latitude du lieu. On a :

$$\cos H_p = \frac{\sin h - \cos K \cos p}{\sin K \sin p}$$

$$\Delta = \alpha - \alpha' : \text{si } \Delta < 0 \text{ ajouter } 360^\circ$$

On calcule successivement :

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

$$\cos K = \sin \delta \sin \delta' + \cos \delta \cos \delta' \cos \Delta$$

$$\cos p = \sin \phi \sin \delta' + \cos \phi \cos \delta' \cos (H + \Delta)$$

En faisant varier H de -180° à 180° pour une latitude de 49° , on obtient les résultats suivants pour l'étoile α UMa (fig. 3 à gauche), où dH représente $(H - H_p)$

en minutes de temps⁷. On a $K = 28^\circ,70794$ et $\Delta = 125^\circ,250$.

H = -180°	H _p = 178°,305	dH = 6,8 min	H = 30°	H _p = 29°,292	dH = 2,8
H = -150°	H _p = 151°,376	dH = 5,5	H = 60°	H _p = 58°,892	dH = 4,4
H = -120°	H _p = 120°,962	dH = 3,8	H = 90°	H _p = 88°,510	dH = 6,0
H = -90°	H _p = 90°,569	dH = 2,3	H = 120°	H _p = 118°,245	dH = 7,0
H = -60°	H _p = 60°,306	dH = 1,2	H = 150°	H _p = 148°,168	dH = 7,3
H = -30°	H _p = 30°,243	dH = 1,0	H = 180°	H _p = 178°,305	dH = 6,8
H = 0°	H _p = 0°,392	dH = 1,6			

Au cours du XXI^e siècle, l'étoile polaire va se rapprocher du pôle céleste Nord pour en être au plus proche en 2100 (phénomène de précession). A cette époque⁸, l'erreur tombera au maximum à un peu plus de 5 minutes sous nos latitudes. Au milieu du XVI^e siècle par contre, l'étoile polaire était à plus de 3° du pôle céleste; l'erreur dans la lecture de l'heure atteignait alors plus de 24 minutes : plus l'étoile polaire est éloignée du pôle céleste, plus l'amplitude de l'erreur augmente.

Si l'on considère maintenant l'étoile β UMi (la Claire), l'erreur tombe à un peu moins de 3 minutes au maximum (fig. 4 ci-contre) et peut même être pratiquement nulle lors du passage au méridien inférieur de l'étoile polaire. Le choix de cette étoile dans la réalisation d'un nocturlabe est donc tout à fait indiqué pour l'époque actuelle⁹.

⁷ Coordonnées apparentes pour le 21 juin 2010 : $\alpha = 11 \text{ h } 04 \text{ m } 23 \text{ s}$ et $\delta = 61^\circ 41' 51''$. Etoile polaire : $\alpha = 2 \text{ h } 43 \text{ m } 23 \text{ s}$ et $\delta = 89^\circ 18' 23''$.

⁸ En février 2100, l'étoile polaire sera à $0^\circ 27' 37''$ du pôle céleste. En ce qui concerne le pôle céleste Sud, la situation est désespérante : il n'y a aucune étoile polaire brillante qui puisse servir de repère. L'actuelle étoile polaire australe (σ Octantis) est de magnitude 5,44, donc à la limite de visibilité à l'œil nu. La situation n'était pas meilleure au Moyen Age et à la Renaissance.

⁹ Au milieu du XVI^e siècle, l'erreur atteignait 40 minutes.

On s’assurera que plus la latitude est proche du pôle, plus l’erreur est importante voire même considérable pour les latitudes¹⁰ situées au-delà de 80°. Pour les latitudes plus faibles, l’amplitude de l’erreur diminue de façon notable et tend à se stabiliser autour de 4 minutes pour l’étoile α UMa et devient voisine de zéro pour β UMi (fig. 5).

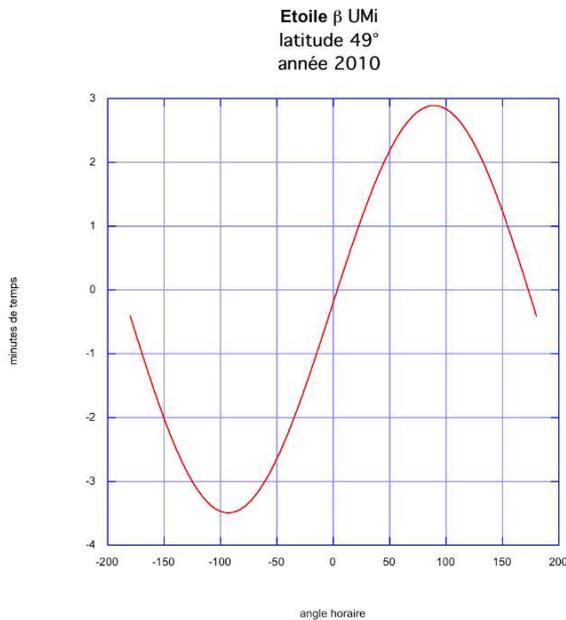


Figure 4

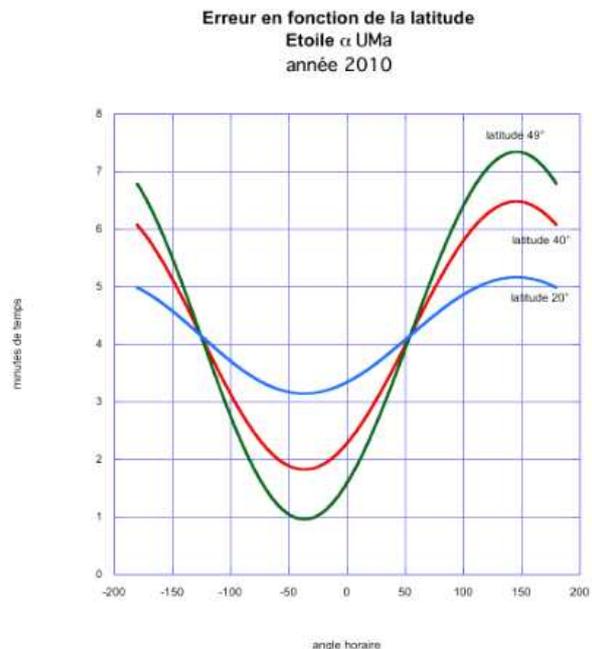


Figure 5

On note que les erreurs les plus petites et les plus grandes ont lieu au voisinage de la digression orientale et/ou occidentale de l’étoile polaire (instant où l’azimut passe par un maximum en valeur absolue). L’azimut de l’étoile est alors donné par :

$$\sin A_d = \frac{\cos \delta}{\cos \phi}$$

et son angle horaire par : $\cos H_d = \frac{\tan \phi}{\tan \delta}$ en notant que $\pm H_d = H + \Delta$. On peut donc en déduire pour quel angle horaire de l’étoile repère va se produire l’erreur maximale et minimale. En reprenant l’exemple précédent avec α UMa, on a $H_d = 89°,202$ d’où $H = -36°,048$ (erreur la plus petite de 0,95 minute) et $H = 145°,548$ (erreur la plus grande de 7,34 minutes).

3 – Application historique

Emmanuel Poulle, dans « Walcher de Malvern et son astrolabe (1092) », *Revista da Universidade de Coimbra*, vol. XXVIII, 1980, p. 47-54, narre l’histoire du prêtre bénédictin Walcher de Malvern qui a observé une éclipse de Lune le 18 octobre 1092 (elle était totale) à Malvern en Angleterre et dont il a déterminé l’heure du phénomène (du milieu de l’éclipse ?) à l’aide d’un nocturlabe gradué en heures temporaires : le prêtre trouva 5 h 36 m du matin.

Disons d’emblée que relever avec précision l’instant du milieu d’une éclipse de Lune relève de la gageure... On peut également se demander si un tel nocturlabe à heures temporaires a réellement existé et quel était finalement son intérêt puisqu’il fallait transformer

¹⁰ Pour les latitudes basses se pose le problème de la réfraction qui altère la visée de l’étoile polaire par exemple.

l'heure temporaire mesurée en temps moyen alors que le nocturlabe « classique » donne directement le temps moyen local directement utilisable dans les calculs.

Posons malgré tout que Walcher de Malvern ait utilisé un nocturbabe pour déterminer l'instant du milieu de l'éclipse totale de Lune et voyons l'erreur dans la détermination de l'heure qui résulte de la forte excentricité de l'étoile polaire à l'époque (près de 6° au XI^e siècle). Ce serait, à notre connaissance, la seule observation astronomique ancienne faite à l'aide d'un tel instrument.

La théorie moderne montre que le maximum de l'éclipse eut lieu le 18 octobre 1092 à 4 h 51 m temps moyen local à Malvern, soit sensiblement 5 h UT, la totalité ayant commencé près de 30 minutes plus tôt.

Les résultats sont assez différents – et pas du tout intuitifs – selon l'étoile repère que l'on prend en compte (latitude adoptée = 52°). Avec la Claire¹¹ (β UMi), l'angle horaire théorique relevé aurait dû être de -120° sensiblement (fig. 6). Le calcul montre que pour un tel angle horaire, l'erreur due à l'excentricité atteint près de -85 minutes. Alors qu'en prenant l'étoile Dubhe¹² (α UMa), l'angle horaire théorique relevé étant de -45°, l'erreur au même instant atteint à peu près -6,6 minutes (fig. 7). Donc par un heureux hasard, une mesure faite au XI^e siècle avec un nocturlabe pouvait présenter la même erreur qu'une mesure contemporaine.

Il est très peu probable que les anciens constructeurs de nocturlabes aient tenu compte de l'excentricité de l'étoile polaire : on ne semble pas posséder de tables de corrections, d'autant plus qu'il en aurait fallu une par étoile repère et pour une latitude donnée, bien que 1° de variation de ce dernier paramètre sous nos latitudes européennes ait une répercussion absolument négligeable. C'est peut être finalement, comme le disait Lalande, cette excentricité polaire qui a détourné les astronomes observateurs de cet instrument assez simple mais qui peut ou qui a pu rendre d'utiles services pour déterminer l'heure la nuit.

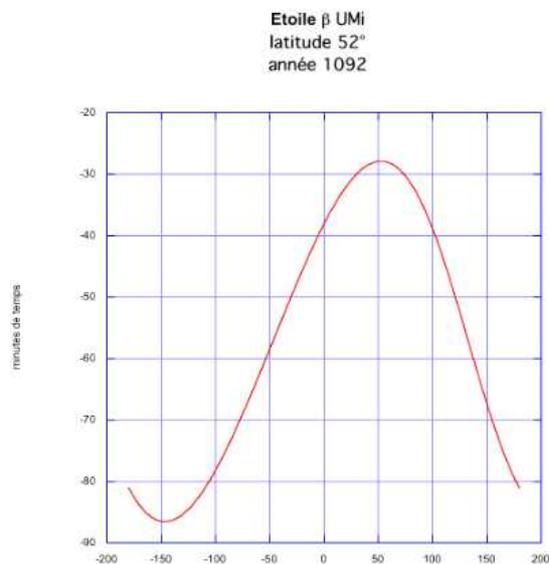


Figure 6



Figure 7

¹¹ Coordonnées apparentes le 18 octobre 1092 : $\alpha = 15$ h 00 m 43 s et $\delta = +77^\circ 49' 10''$.

¹² Coordonnées apparentes le 18 octobre 1092 : $\alpha = 10$ h 02 m 11 s et $\delta = +66^\circ 27' 15''$. L'étoile polaire (α UMi) avait pour coordonnées apparentes $\alpha = 23$ h 52 m 17 s et $\delta = +84^\circ 18' 40''$.



Cadran canoniaux français

Par Denis Schneider

Contexte historique et inventaire provisoire des cadran canoniaux français.

La communication du 17/10/09 (réunion de la CCS) dérivait de ma participation, avec celle des collègues étrangers, à la préface du prochain livre de Mario Arnaldi sur les canoniaux italiens réalisant la première et provisoire synthèse européenne. Dans le cadre de la réunion semestrielle, elle ne pouvait être développée comme ici. Je dois avouer que Mario me bousculait un peu puisque l'inventaire français n'est pas terminé.

Contexte historique:

C'est en 2000 que je me suis intéressé aux canoniaux et que j'adhérai à la Commission. Je crois que cela impulsa un regain d'intérêt et, de 200 spécimens, nous en sommes à plus de 1300 ; sur certaines fiches techniques figuraient des mentions dépréciatives : « pseudo-canoniaux », « ne mérite pas une photo »... Je me suis jusqu'alors tu quant à l'inventaire qui s'enrichit de chaque moisson annuelle relayée par Serge Grégori.

Inventaire français des cadran canoniaux... c'est un peu comme si on demandait l'inventaire gaulois des haches polies ! Au Moyen Age, la notion de territoire national n'existe pas : il faut 5 siècles pour que la Gaule prenne ce nom après que les Francs s'y soient installés et encore 5 autres pour lui donner une réalité. La seule entité pertinente est celle de la Chrétienté. De là provient tout l'intérêt de l'appel de M. Arnaldi à ses amis étrangers pour couvrir l'espace de la chrétienté médiévale.

Les apports historiques sont tirés principalement du livre de B. Merdrignac « *La vie religieuse en France au Moyen Age* » .

Il n'y eut pas de nations mais des espaces à surfaces variables au gré des héritages, des mariages et des guerres : comtés, duchés, royaume, empire, parfois sous possession étrangère. Le domaine royal se limite d'abord à l'Ile-de-France et à l'Orléanais, et au milieu du XII^{ème} siècle il ne forme un ensemble continu que de Senlis à Bourges pour tripler au XIII^{ème} siècle (Alsace, Savoie et Bretagne échappent encore à l'autorité du roi quand celui d'Angleterre conserve le cœur de l'Aquitaine et la Gascogne) et nous permettre enfin d'oser parler de la France et de Paris comme véritable capitale avec la naissance du français fin XII^{ème} siècle. Au moins jusqu'au XIII^{ème} siècle, la mouvance du roi des « Francs » juxtapose des régions hétérogènes qui ont en commun d'appartenir à la chrétienté mais pouvoirs spirituel et temporel se disputent la primauté. Les fleurs de lis, symbole de la conciliation de l'ordre surnaturel et de l'ordre naturel dans les attributs de la royauté française, signifient que le pouvoir royal vient de Dieu. Par l'onction du sacre, le roi reçoit un peu de la dignité sacerdotale et dirige l'Eglise du royaume. Il y a ingérence royale dans les élections épiscopales et les diocèses sont confiés à des personnalités de la cour qui représentent le roi sur place avant que les princes ne s'arrogent la dignité des évêques dont le patrimoine diocésain ne peut plus être protégé par le pouvoir royal (féodalité). La fonction abbatiale devient pratiquement héréditaire au profit des membres des grandes familles fondatrices : c'est la mainmise des laïcs sur l'Eglise avant que le XIII^{ème} siècle ne soit à nouveau « l'âge d'or de l'épiscopat » mais, cette fois, avec l'élection des évêques par le chapitre cathédral. Raoul Le Glabre célèbre « le blanc manteau d'églises », qui recouvrit la Gaule après l'an Mil. Cependant les seigneurs s'arrogeaient encore le droit de disposer des biens d'Eglise et de désigner leurs titulaires. Les Heures canoniales sont moins dans ce cas l'expression de la prière commune de l'Eglise que celle d'une communauté envers ses fondateurs...

Tout au long du Moyen Age, il n'est d'histoire que religieuse et les territoires furent traversés par de multiples influences ; la liturgie dans « l'espace gaulois » y fut celtique, gauloise, wisigothique avant l'unification romaine. St Martin introduisit au IV^{ème} siècle le monachisme en Gaule près de Poitiers. Au début du V^{ème} siècle, les expériences des Pères du Désert d'Egypte arrivèrent sur notre littoral méditerranéen pour remonter jusqu'au Jura en suivant le Rhône. C'est paradoxalement par le moine irlandais Colomban (fin VI^{ème} siècle) que la Règle de St Benoît de Nurcie (début VI^{ème} siècle) pénétra en Gaule et toujours par cet insulaire que les monastères d'Anegnay, de Luxeuil, de Fontaines en Vosges, furent fondés avant que Louis le Pieux au début du IX^{ème} siècle ne demande à Benoît d'Aniane de généraliser l'usage renforcé de la Règle bénédictine. Déjà Charlemagne s'y était employé à seule fin d'unifier son Empire. Avec Colomban, l'aristocratie franque intégra le monde monastique jusqu'alors gallo-romain. Des maîtres italiens (Guillaume de Volpiano, Lanfranc de Pavie)

apportèrent la tradition classique aux Normands avant que ceux-ci ne la transmettent Outre-Manche comme sans doute les cadrans canoniaux, supplantant ainsi les cadrans anglo-saxons.

Si au début du monachisme les moines étaient des laïcs, le sacerdoce monastique, naguère exceptionnel, tendit à devenir la norme, d'où l'inflation des messes et donc des autels dans les églises abbatiales. Les monastères dépendaient des évêchés mais Cluny obtint l'exemption, ne dépendant plus que de Rome, comme 20 ans plus tard ses dépendances dont l'expansion provenait de multiples donations de princes et de seigneurs. La papauté s'était d'abord appuyée sur le monachisme pour contrer un épiscopat trop dépendant des pouvoirs princiers. Cluny joua un rôle prépondérant dans le développement du pèlerinage de St Jacques de Compostelle ; les 3 chemins partant de Tours (Poitiers, St Jean d'Angély, Saintes, Blaye, Bordeaux, Dax), de Vézelay (St Léonard de Noblat, Limoges, Périgueux, La Réole, Bazas), et du Puy (Conques, Rocamadour, Cahors, Moissac, Lectoure, Condom) se réunissaient à Ostabat avant de franchir le col de Roncevaux et le 4ème en provenance d'Arles (St Gilles, Saint Guilhem-le-Désert, Toulouse), passait les Pyrénées au Somport avant de rejoindre les trois autres à Puente la Reina. M. Valdés écrit que bien des canoniaux sont sur ces voies et M. Cowham pense que les canoniaux en demi-fleur ont en fait la forme de coquille et que leur distribution s'éloigne peu de ces itinéraires. Il y eut bien d'autres pèlerinages dont les plus fameux étaient celui du Mont St Michel et, plus encore, celui, marial, de Rocamadour.

Réagissant contre les prétentions totalitaires des moines de Cluny et leurs offices démesurés, le clergé séculier voulut assurer l'encadrement de la société chrétienne en formation avant que celle-ci ne soit attirée par les prédicateurs. Mettant en cause l'insertion du monachisme traditionnel dans le système seigneurial, les fondations érémitiques entendirent aussi renouveler l'Eglise par un retour aux sources (Grandmont, 1076 ; Chartreuse, 1084).

Après la cléricisation des moines, le clergé séculier se réforma sur le modèle des moines sans adopter les dimensions originelles de l'Office réduites à Laudes et aux Vêpres quotidiennes qui auraient pu convenir aux paroisses de « 2^{ème} fondation » au XII^{ème} siècle, avec un seul prêtre.

Entre moines et clercs, les chanoines voulurent renouer avec l'idéal apostolique et le mouvement canonial sortit du cadre urbain pour se voir confier la desserte d'églises rurales ; les chapitres réguliers en vinrent à se constituer en congrégations (Saint Ruf d'Avignon en 1039, Arrouaise en 1090, Saint Victor de Paris en 1108, les Prémontrés en 1121).

C'est en 1098 que Robert de Molesmes fonda ce qui deviendra l'abbaye de Cîteaux dans la forêt bourguignonne dont l'essor est dû à l'Anglais Harding et à St Bernard qui fondera l'abbaye de Clairvaux, essor qui fera rayonner l'ordre et dont l'esprit éclairera toute la chrétienté occidentale.

A partir de la fondation très originale de Fontevraud en 1100, Robert d'Arbrissel transformera un an plus tard la maison en monastère double sous la protection des Plantagenêt.

Signalons que l'ordre des Templiers, au recrutement international, fut créé par deux chevaliers français en 1120 ; les frères étaient tenus aussi aux Heures canoniales (cadran canonial de l'église templière de Sergeac en Dordogne).

On retrouve la partition des pouvoirs séculier et régulier dans la double dépendance des églises :

- le temporel, c'est-à-dire l'appartenance, en tant que bien-immeuble rapportant des dîmes, d'une église à un seigneur laïque avant le XII^{ème} siècle sous forme de chapellenie, à une abbaye sous forme de prieuré, à une collégiale sous forme de prieuré-cure ou à l'évêque sous forme d'église paroissiale ; il y eut, du reste, mouvance, un même édifice ayant pu passer de main en main.

- le spirituel, concernant le desservant de l'église, chanoine ou clerc et non, en principe, le moine, même prêtre.

La politique paroissiale des chapitres séculiers était d'élargir, à partir de prieurés, l'influence des chanoines aux églises du voisinage et de desservir toute une contrée. Certaines paroisses, par tradition de desserte monastique, connaissaient la récitation des Heures canoniales.

Après le XIII^{ème} siècle, la réflexion des théologiens et des canonistes fait de l'Office un devoir constitutif de la charge pastorale. Conciles et synodes obligent au bréviaire ceux qui ne vont pas au chœur.

Avec l'émergence d'un fanatisme religieux, la 1^{ère} croisade (1096) conforte l'acte de naissance de la Chrétienté occidentale, comme l'art roman son unité, avant que la réfection, par Suger, de l'abbatiale de St Denis (1140-1144) ne donne le coup d'envoi du gothique, marquant l'apparition d'un art « français », spécifique de l'Ile-de-France, noyau du domaine royal.

Des sanctuaires (St Foy de Conques) satisfont par leurs reliques qui y sont vénérées, un christianisme populaire. Durant le XII^{ème} siècle, avec la création de villages neufs (Villeneuve de...) le réseau paroissial se densifia pour atteindre 32 000 paroisses (sur les 2/3 du territoire actuel). La redistribution des reliques consécutive à la prise de Constantinople lors de la 4^{ème} croisade (1204) concourut à la multiplication des sanctuaires.

Au XIII^{ème} siècle, le rôle des ordres mendiants s'avéra paradoxal : ils échappaient aux cadres diocésains pour ne dépendre que de l'Eglise universelle, devenant ses agents les plus efficaces de la politique théocratique de la papauté avec pour tâche d'assurer l'ordre dans la chrétienté, eux les contestataires de l'Eglise établie !

Le succès des hérésies populaires (vaudois, cathares), à partir de 1270 est un témoignage des aspirations des masses à sortir de leur passivité et contraignent clercs et papauté à réagir promptement alors que les succès des ordres mendiants, l'affirmation de l'Université et l'édification des cathédrales donnent au siècle l'impression d'une Chrétienté « pleine ».

L'affermissement de l'Etat alla de pair avec l'effacement de l'idéal de la Chrétienté et l'implantation des papes français à Avignon (1305-1378) sur la bordure extérieure au royaume instaura un équilibre précaire entre le politique et le religieux. Ce fut la séparation entre raison et foi.

Dans la 2^{ème} moitié du XV^{ème} siècle eut lieu une campagne de reconstruction de nombreux édifices ecclésiastiques endommagés par les guerres avant les dégâts des guerres de religion (XVI – XVII^{èmes}). Cela explique les réemplois de canoniaux à des endroits non méridionaux et dans des positions fautives.

Inventaire provisoire des cadrans canoniaux français.

Non seulement l'inventaire français est incomplet mais à son état actuel manquent bien des photos en cours de numérisation. Une fois cette opération terminée, il faudra extraire, de l'inventaire général des cadrans français, les cadrans canoniaux et leurs photos, pour en faire un DVD. Ma collaboration avec Serge Grégori me permet de dépouiller chaque année la bonne centaine de canoniaux nouveaux et de faire le point aujourd'hui sur l'inventaire actuel. Là aussi, leur répartition par département est arbitraire même si ce découpage correspond assez bien aux anciens diocèses. Certaines régions pourtant visitées s'avèrent curieusement peu riches en canoniaux ou même vides : Bretagne, Alpes, Pyrénées, Corse, région toulousaine, sans que l'on comprenne pour l'instant pour quelles raisons ; certains évoquent la nature peu propice du matériau : roches métamorphiques ou briques mais on en connaît ailleurs sur ces supports... Peut être l'influence de l'hérésie cathare y est-elle pour quelque chose entre Albi et Toulouse ? La découverte récente de canoniaux dans l'Aude cathare infirme cette hypothèse.

Ailleurs, ce qui frappe, ce sont tout à la fois l'unité du corpus et sa diversité avec parfois des singularités qui ne les rendent jamais lassants. Dans cette catégorie, je séparerai les exceptionnels et les curiosités.

Avant d'en parler, faisons le point sur l'inventaire des canoniaux tel qu'il apparaît à la fin 2008, avec encore de belles perspectives de découvertes.

1305 canoniaux ont été recensés, répartis sur 867 édifices religieux ; cela signifie déjà que sur un même bâtiment on peut trouver plusieurs canoniaux : 279 bâtiments se partagent 849 canoniaux multiples, soient les 2/3 des canoniaux.

Les 849 canoniaux multiples se groupent ainsi selon leur nombre sur un même édifice : 141 édifices religieux ont 2 cadrans canoniaux, 70 en ont 3; 39 en ont 4; 10: 5; 5: 6; 6: 7; 1: 8; 3: 9; 2: 10; 2: 12.

588 édifices sur 867 n'ont qu'un canonial (2/3 des édifices religieux).

Les canoniaux multiples peuvent être dispersés sur toute la façade méridionale du bâtiment mais on peut en trouver 2 identiques juxtaposés ! Plus un édifice a de canoniaux, plus il y a de chance que quelques-uns partagent des « patterns » identiques, les autres présentant aussi une plus grande diversité comme si on avait multiplié les essais.

Seulement 57% du corpus actuel a pu être dépouillé analytiquement, le reste devra être repris plus rigoureusement. Les 738 canoniaux dépouillés l'ont été en fonction du nombre de secteurs égaux, de secteurs inégaux et de secteurs dissymétriques par rapport à la ligne verticale.

588 sont à secteurs égaux avec une prédominance par ordre décroissant de 4 secteurs, 6, 12 et 8.

104 canoniaux sont à secteurs inégaux avec la même prédominance.

Canoniaux à 4 secteurs égaux : 32%
6..... : 24%
12..... : 18%
8..... : 12%

Canoniaux à 4 secteurs inégaux : 28%
6..... : 22%
12..... : 15%
8..... : 9,6%

588 sont à secteurs égaux (80%)
 Canoniaux à 2 secteurs égaux : 31
3 10
4187
55
6142
72
871
94
1014
12107
141
166
248

104 sont à secteurs inégaux (14%)
 Canoniaux à 2 secteurs inégaux : 1
3 4
429
54
623
72
810
95
104
114
1216
131
181

Les 46 canoniaux à secteurs dissymétriques par rapport à la verticale ne présentent pas de tendance particulière quant au nombre de secteurs égaux à gauche et inégaux à droite ou l'inverse, ni quant au nombre différent de secteurs égaux à gauche et à droite, ni quant à un nombre de secteurs plus élevé d'un côté.



Photo 1

Parmi les canoniaux exceptionnels : celui de Cruis (Alpes-de-Haute-Provence), exposé dans l'église mais découvert lors de travaux de nivellement, l'est par ses dimensions (0,90x0,95x1m), son poids (270kg), son iconographie avec ses dénominations latines rendant les spécialistes de l'art perplexes qui proposent des dates variant du VIII^{ème} siècle au XI^{ème}. (photo 1) Des tombes furent trouvées à côté et il est permis de se demander si à l'origine sur l'abbaye de Cruis, une fois celle-ci ruinée, le cadran ne fut pas déplacé dans ce cimetière...

Quelques statues portent un canonial comme sur la cathédrale de Strasbourg (Bas-Rhin) avec l'adolescent au cadran solaire ainsi que l'homme au cadran solaire de la tour, sur la collégiale St Martin à Colmar (Haut-Rhin), sur l'église St Pierre à Gourdon (Lot), sur la cathédrale de Chartres (Eure-et-Loir), avec l'ange au cadran (le canonial a été remplacé par un classique) mais à Rouffach (Haut-Rhin) comme à Laon (Aisne), les probables canoniaux ont disparu de leurs supports.

A Thiers (Puy-de-Dôme), sur l'église St Geniès, très beau canonial circulaire d'un mètre de diamètre, très haut placé, protégé par un ressaut de pierre, dont les 11 secteurs égaux gravés en relief forment une demi-fleur ; le maçon l'a placé avec une rotation de 7,5° pour que la séparation entre deux secteurs soit verticale au lieu de laisser le 6^{ème} secteur médian...d'où une inclinaison du diamètre.

A Dijon (Côte d'Or), sur la cathédrale St Bénigne qui fut abbaye jusqu'en 1790, un disque légèrement orienté conserve son style avec embout. On retrouve ce type de disque dans les alentours à Arceau (Côte-d'Or) et à Tonnerre (Yonne).

A Uzeste (Gironde), sur la collégiale, canonial en demi-cercle à 6 secteurs égaux avec chacun 2 pétales les dédoublant avec les lignes en relief. Il faut dire que cette collégiale a été bâtie pour abriter le tombeau du pape Clément V, né non loin de là (photo 2).



Photo 2

A Bouleternère (Pyrénées-Orientales), le canonial sert de clé de voûte au portail sud ; il est déjà séduisant par le feston qui le borde entouré d'un liseré et des rosaces mais le plus inattendu est la tête d'un cochon à côté d'une étoile sculptées en relief, signifiant sans doute qu'à toute heure nous pouvons choisir entre le mal et le bien...

A Meung sur Loire (Loiret), le canonial est un demi-cercle divisé en 10 secteurs égaux en relief sous forme de pétales ; il existe un style métallique à embout. A l'abbaye de La Chaise Dieu (Haute-Loire), très beau canonial à 12 secteurs en pétales.

A Gigondas (Vaucluse), sur la chapelle St Côme et St Damien, canonial à 11 secteurs égaux en demi-fleur avec des inscriptions SOL LUNA OROLOGIUM (photo 3). Je ne peux croire à un canonial soli-lunaire ! J'y verrais davantage les 2 témoins du drame universel ou les symboles de l'Eglise et de la Royauté se partageant le spirituel et le temporel, la lune ne reflétant que l'éclat du soleil !



Photo 3

Parmi les curiosités : à Béceleuf (Deux-Sèvres)

les Deux-Sèvres, dans la moitié supérieure du cercle figurent une croix grecque et dans la moitié inférieure, sur l'arc, une frise de 13 triangles pointés vers le centre, rappelant les 12 trapèzes curvilignes à Péreuil (Charente) et à Champeix (Puy-de-Dôme) des petits triangles effilés marquant les demi-secteurs ainsi qu'à Cavaillon (Vaucluse), chapelle à Les Vignères, un canonial surmonté d'un chrisme circulaire cloisonné. Il existe à Jussas (Charente-Maritime) des traces de demi-secteurs et à Sigogne (Charente) une courte médiane coupe chacun des 8 secteurs. A St Hippolyte (Charente-Maritime) chacun des 4 secteurs égaux est



Photo 4

partagé par 3 points intermédiaires ou encore au prieuré de St Michel de Grandmont à Soumont (Gard) par des petits traits (photo 4); à Vomécourt sur Madon (Vosges), il y a un point sur l'arc avant et après la verticale.

Certains canoniaux ont les initiales des Heures canoniales gravées (P,T,M,N,V) comme à Mérindol les Oliviers (Drôme), St Yrieix la Perche (Haute-Vienne), Uzerche (Corrèze), Ouveillan (Aude). Ailleurs ces mêmes lignes peuvent être barrées ou pointées sur l'arc. On trouve à Caucalières (Tarn) un gros trou au-dessus de Tierce, un gros trou entre Sexte et None à Villechauve (Loir-et-Cher).

A Montverdun (Loire), grand et beau canonial circulaire à 24 secteurs égaux ; le prieuré d'abord bénédictin fut aux chanoines réguliers à partir de 1272 et l'abbé Pierre Roger

de Beaufort devint le pape Clément VI en 1342; il y existe aussi la pierre tombale d'un Bourbon qui y fut prieur en 1466 en même temps qu'archevêque de Narbonne. A Agris (Charente), le canonial à 24 secteurs égaux a les lignes en relief et aux Plantiers (Gard) sur l'abbaye St Marcel de Fontfouillouse, les lignes séparant les 24 secteurs sont parfaitement gravées.

Des canoniaux en demi-fleur se voient à Meung sur Loire (Loiret), à Thiers (Puy-de-Dôme) et à La Chaise Dieu (Puy-de-Dôme) avec respectivement 10, 11 et 12 secteurs égaux (photo 5).



Photo 5

Des canoniaux orientés existent à St Bénigne de Dijon (Côte-d'Or), St Sigismond de Clermont (abbaye de La Tenaille en Charente), à Rully (Saône-et-Loire), Fontaine le Comte (Vienne) et à Woël (Meuse).

A Suèvres (Loir-et-Cher), une croix de Malte coupe chacune des 3^{ème}, 6^{ème} et 9^{ème} lignes ; à Perrusson (Indre-et-Loire), une croix sur Tierce ; à Villedieu (Cantal), une croix sous la ligne de sexte. A Prompsat (Puy-de-Dôme), une étoile pentagonale jouxte le canonial.

Un certain nombre de canoniaux sont cerclés d'une couronne avec à l'intérieur parfois des chiffres romains comme à Pollionay (Rhône) ; à Hacqueville (Eure), c'est une double couronne dont l'intérieur est orné de croisillons ; à St Félix de Reilhac et Mortemort (Dordogne), 13 lignes pointées sont coupées par une couronne. A Rouilly St Loup (Aube) et à St Palais de Phiolin (Charente-Maritime), 2 cercles concentriques coupent les lignes horaires, 3 cercles à Epreville près Le Neubourg (Eure) comme à Eragny sur Epte et à Foulanges (Oise), 4 cercles à Buré (Orne) et à La Haye-Aubrée (Eure). A L'Isle Bouchard (Indre-et-Loire), une douzaine de couronnes sont accolées !

Près d'Apt (Vaucluse), au prieuré de Clermont, 11 secteurs égaux se partagent 150° seulement.

A Tulle (Corrèze), sur la cathédrale, grand canonial de 0,9m de diamètre, à 8 secteurs avec des lignes profondément gravées qui sont alternativement longues et courtes comme sur celui du cloître ; le 1^{er} a des lignes enduites de couleur noire alors qu'à Langlade (Gard) on voit des traces de peinture blanche.

La ligne verticale peut descendre plus bas que les autres, beaucoup plus souvent elle monte au-dessus de la ligne d'horizon ; dans 8 cas, la verticale est doublée et dans 3 cas, c'est l'horizontale. Dans 5 cas, les canoniaux sont sesqui-circulaires (2/3 de cercle). Dans 20 cas, ils sont très haut placés (entre 5 et 10m). Enfin, 5 cathédrales d'origine (Amiens, Chalons sur Marne, Rodez, Strasbourg, Tulle), 27 abbayes et 5 chapelles de châteaux (Anneau, Crazannes, Scorbé-Clairvaux, Tournoël à Volvic, Villebon) possèdent un canonial, ceux des collégiales et des prieurés restant à dénombrer.

Il serait incongru de conclure ; il ne peut s'agir que d'un « flash » sur l'inventaire en cours ; il permettra déjà de faire des comparaisons provisoires avec ceux de nos voisins. Serait-il terminé, il soulèverait des questions sur l'origine des édifices religieux (telle église paroissiale aujourd'hui pouvait être autrefois celle d'un prieuré...), sur l'absence de canonial (autre système horométrique, remaniements ou destruction ; celle du cloître des cathédrales par Viollet-le-Duc pour les « magnifier », non observation de l'« obligation » de célébrer les Heures canoniales ?...), sur l'influence des fondations entre elles, sur la variété du nombre de secteurs parmi les cadrans qu'on nomme canoniaux par commodité de langage.



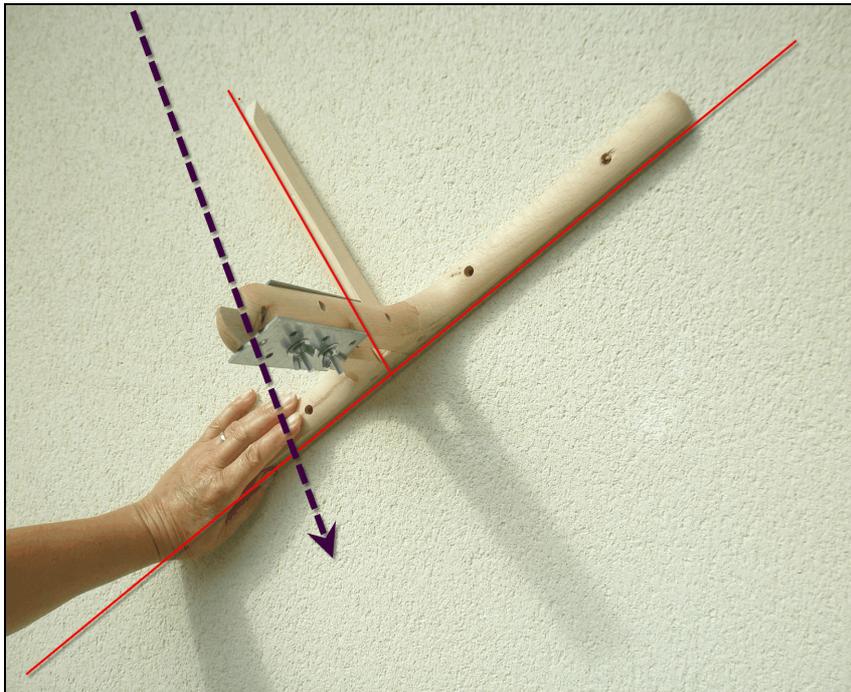


Faites-les vous-mêmes

Rubrique animée par Joseph Theubet

Réalisation simple d'une triple équerre par Michel Lambalieu

Dans son traité de "*Gnomonique ou traité théorique et pratique de la construction des cadrans solaires*", (complément1 - nouveau tirage publié en 1956 chez Gauthier-Villars), G. BIGOURDAN proposait des instruments utiles pour le tracé des cadrans solaires, aux formes désuètes qui aujourd'hui nous font sourire, mais qui étaient tout à fait pertinents.



En reprenant l'idée de G. Bigourdan, la triple-équerre sera appliquée comme il se doit sur l'équinoxiale au pied de la sous-stylaire. Le scellement du style dans son support mural est une opération toujours délicate. Sera ajoutée à l'équerre une plaque mobile qui permettra le réglage de distance du sommet au pied de la sous-stylaire, selon les calculs. Elle est échancrée en V au milieu de sa partie supérieure pour servir de berceau à la tige du style en cours de fixation. Les différentes dimensions seront traitées, par exemple, en utilisant le logiciel SHADOWS (section "dimensions du style").

Le matériel utilisé se trouve dans les magasins de bricolage :

- 2 équerres, en hêtre par exemple, de 30 cm environ. Les trous permettent de fixer temporairement les deux équerres sur le support, le temps de la mise en place du style.
- 1 tasseau raboté de 16 mm d'épaisseur, longueur 30 cm également.
- 2 plaques de fixations métalliques montées décalées, comme l'indique la figure.
- 2 tiges filetées de \varnothing 3 mm ou 4 mm avec écrous à oreilles.





Est-ce le premier Zarbula ?

Par Michel Ugon

Quelle n'a pas été notre surprise en apprenant que Mme Peyrot avait mis en évidence que le « premier cadran fait par Zarbula » aux Escoyères, daté 1832, en cachait un autre sous-jacent daté...1842 ! (voir mon article dans C.I n°17) De quoi bousculer la chronologie des cadrans du célèbre Piémontais.

Le séjour « cadrans solaires » organisé par Alain Ferreira pendant l'été 2009 dans le Queyras fût une nouvelle occasion pour marcher vers le Clôt du Riou.

Le Clôt du Riou, c'est le nom de cette ferme isolée sur la route étroite qui serpente en grim pant de Château-Queyras au hameau de Souliers, et dont les deux cadrans solaires anciens n'ont pas encore livré tous leurs secrets...

J'ai pu photographier ces deux cadrans plus finement qu'auparavant : un cadran Sud-Est et un autre Sud-Ouest peints sur deux petits bâtiments voisins. Ils ont été répertoriés par Serge Grégori sous le n°0503809 et observés à plusieurs reprises.

Suivant mon habitude, j'ai remis le travail sur la planche en re-calculant ces deux cadrans et en me reposant les questions devenues rituelles : De qui sont ces cadrans et à quelle date ont-ils été réalisés ?

Rappelons que les coordonnées GPS du lieu sont : Latitude Nord 44°,763 ; Longitude Est 6°,753.

Et voici les résultats de cette nouvelle étude.

1- Le cadran Sud-Est

Le cliché ci-contre montre le cadran dans son ensemble. On remarque de suite que son tracé et son décor circulaire inscrit dans un cadre carré sont très voisins du cadran de Cervières peint par Zarbula en 1839 (voir en annexe).

La ligne équatoriale traverse l'éventail horaire en étant marquée par un signe de la balance qui se trouve dans le bon sens par rapport à celui de Cervières. En examinant ce cadran sous fort contraste et faible luminosité, on arrive à distinguer:

- La ligne d'horizon
- Une horizontale provisoire
- Un quart de cercle des latitudes, à droite
- Le point triple



Le cadran Sud-Est du Clôt du Riou

- La sous-stylaire, vers 8 heures

La déclinaison gnomonique du mur est $D = -48^\circ$.

Cette dernière valeur permet de calculer les paramètres de construction du cadran et de constater qu'il est parfaitement juste avec une sous-stylaire à 8H09. Cependant, le style, qui a été déplacé un peu plus bas, est coudé de façon à pointer grossièrement vers le centre. Tout cela ressemble furieusement à du « Zarbula » et incite à calculer l'angle tabulaire des points « Z » possibles sur l'horizontale : cela donne $65^\circ 215$ soit 4H54'.

Suspense...je scrute le cliché agrandi et contrasté dans cette région...**le point Z est là**, camouflé dans le décor. Cela ne fait plus aucun doute : c'est la construction typique de Zarbula.

Mais il y a davantage. En examinant à nouveau les inscriptions presque effacées et tracées dans un style connu, je lis en haut de gauche à droite :

G.Z.F 1844 W.C.N

Puis en bas :

**SANS LE SOLEIL JE NE SUIS RIEN
ET TOI SANS DIEU TU NE PEU RIEN**

J'avais déjà signalé cette faute sur « PEU » qui se retrouve aussi à Cervières 5 années plus tard, par contre, pas de faute sur « SOLEIL » bien que l'on puisse supposer qu'elle ait été corrigée plus tard car on devine un L très atténué après la fin du mot.

La lecture de ces deux inscriptions caractéristiques complète les lectures antérieures qui en avaient été faites et confirme l'origine et la date de ce cadran.

Le « C.N » m'a fait chercher assez longuement dans les archives des Hautes-Alpes, et j'y ai trouvé deux candidats : Claude NEL (1796 – 1870) et son frère cadet Chaffrey NEL (1798 - ?), tous deux natifs de Château Ville-Vieille et j'ai tout lieu de penser que l'inscription W.C.N s'applique plutôt à Claude NEL.(voir en Annexe)

2 - Le cadran Sud-Ouest

Il s'agit d'un vestige de cadran sans style, beaucoup plus grand que le précédent, et voici à droite, ce que l'on peut voir aujourd'hui.

L'étude de la devise de ce cadran n'est pas terminée car l'extrémité basse n'a pu être photographiée complètement à cause d'une toiture oblique, cependant divers clichés ont permis d'obtenir des résultats importants.

En « traitant » ces clichés, j'ai mis en évidence une superposition de deux cadrans ayant le même éventail horaire et une construction qui montre :

- L'équatoriale
- Le cercle diviseur estompé mais bien centré sur la sous-stylaire près de la ligne de 15H
- Le cercle des latitudes
- Le point triple



Le cadran Sud-Ouest

La déclinaison gnomonique du mur est $D = +34^\circ$, ce qui montre que les deux murs supportant les cadrans et distants de quelques mètres, ne sont pas rigoureusement perpendiculaires.

Avec cette valeur la sous-styloire se trouve à 14H59 et l'éventail horaire, avec ses lignes des demi-heures, est juste et correspond bien à la latitude du lieu. (voir Annexe 3)

L'angle tabulaire des points « Z » est de $65^\circ,608$ ce qui correspond à 18H20.

Le résultat de cette démarche est exaltant : ce n'est pas seulement un point que l'on voit, mais toute une ligne tracée exactement à l'heure calculée et deux points « Z » dans l'encadrement proche du faux marbre.

Il y a donc du Zarbula caché la-dessous.

Du côté droit, on voit nettement les heures marquées dans son style reconnaissable : 11, M, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Par contre, du côté gauche, on distingue à peine les graduations 10 et 10,5 marquées à la main surchargeant un badigeon grossier.

Toujours en écriture cursive, apparaît une date dans l'encadrement blanc, à gauche : 1836. Il me paraît évident que cette date latérale n'est pas celle de la création du cadran mais d'une reprise ultérieure et ce point est confirmé par les textes superposés des devises. En effet, la devise initiale écrite sur deux lignes se termine par ...FAI TE VIEILH, dans un style « Zarbula ». On peut donc supposer que cette première devise était : « PREN LO DAISE FAI TE VIEILH » c'est à dire en patois local « Prends ton aise et deviens vieux ». Cette première devise a été surchargée ensuite par une écriture manuscrite grossière dont on ne peut deviner que quelques mots sur la première ligne : « Je suis Bon Heur Bonne ripaille....C.... » et cette écriture est la même que celle de la date de 1836.

Conclusion :

L'état des deux cadrans du Clôt du Riou laisse présumer qu'ils n'ont pas été restaurés. Dans ce cas, le cadran Sud-Ouest, qui est le plus dégradé et qui n'a plus de style, est bien plus ancien que l'autre. De surcroît, sa devise en patois est certainement unique. Ceci nous amène à penser que sa date est antérieure à 1834. Peut-être 1833 voire 1832, ce qui serait compatible avec la date de surcharge de 1836 trouvée dans l'encadrement. Dans cette hypothèse, nous serions en présence du premier cadran exécuté par Zarbula (peut-être pendant son apprentissage), et le début de la chronologie serait donc le suivant :

Année	Commune	Lieu	Observations
1832 ?	Château Ville-Vielle	Clôt du Riou	Sud-Ouest
1833	Brunissard	M ^{on} J.Faure	Vu par le Dr Blanchard en 1895 (n°106)
1839	Cervièrès	M ^{on} . Rec ^r Douanes	Sud-Est
1840	Château Ville-Vielle		
1840	Saint Véran	Ferme M.Romain	
1840	La Salle	La Chirouze	M ^{on} J.Caire
1840	Saint Véran	Gîte des Gabelous	S-O
1840	Saint Véran	Point du Jour	S-O
1840	Saint Véran	Pierre Belle	S-O
1840	Saint Véran	Le Raux	S-O
1840	Saint Véran		
1840	Val des Prés	La Vachette	S-E
1840	Vallouise	Hôtel des Ecrins	
1840	Vallouise	M ^{on} Bardonèche	S-E

On remarque que 6 ans séparent deux cadrans : Brunissard et Cervières (ré-édité au Clôt du Riou [Sud-Est]); *Qu'a donc fait Zarbula pendant ces années ?*

Une chose est sûre : A partir de 1840, Zarbula a redoublé d'activité en ayant corrigé ses fautes d'orthographe.

ANNEXES

1 : Le cadran de Cervières

Ce cadran a été restauré, mais j'ai pu comparer ses deux états, avant et après restauration grâce aux clichés détaillés de P.Putelat.



Le cadran Zarbula de Cervières, aujourd'hui

Inscriptions de haut en bas :

**SANS LE SOLLEIL JE NE SUIS
RIEN ET TOI SANS DIEU TU NE
PEU RIEN**

18

39

**W.E.F.G.
FORTE**

**G.Z.F.
TUA**

- Lignes horaires fléchées et marquées 7, 8, 9, 10, 11, M, 1, 2, 3 avec marquage des demi-heures par des points.

- Sur le cadran restauré on lit « **FORTÈ** ». Mais l'accent grave sur le E est dû à un impact malencontreux que l'on voit bien sur un ancien cliché du cadran non restauré. Un autre impact semblable

figurait également au dessus de la lettre R

- Ligne équatoriale avec signe de la Balance à l'envers, y compris sur l'original. C'est le seul cadran Zarbula présentant cette caractéristique, et je me suis interrogé sur sa raison.

Il peut s'agir d'une simple erreur, mais je n'y crois pas. Zarbula aurait-il fait des progrès en astronomie entre 1834 et 1839 ? En effet, si l'on regarde vers le sud en passant du solstice d'été à l'équinoxe d'automne (sens direct), ce signe du zodiaque apparaît à l'envers.

Aura-t-on un jour une réponse à cette question ?

2 – W.C.N

Comme il n'existe pas de nom propre commençant par « C » à Château Ville Vieille, j'ai fini par retrouver deux candidats dans les Archives des Hautes-Alpes (AHA):

Claude NEL et son frère cadet Chaffrey NEL tous deux cultivateurs et fils de Pierre NEL et Françoise AUDIER.

2 – 1 Claude NEL est né le 25 germinal an 4 de la République à Château Ville-Vieille (soit le 14 mars 1796) – (Source : AHA années 1793 - 1804 page 26/110)

Il s'est marié le 15 mai 1823 avec Anne GONDRET (Source : AHA années 1823 - 1827 page 1/126)

Il est décédé le 4/11/ 1870 à Lyon à 74 ans et 8 mois, chez sa fille, 11 rue Tourette (Source : AHA années 1863 - 1874 page 67/84)

Dans les archives, on trouve de nombreux membres de la famille NEL à Souliers.

2 – 2 Chaffré (ou Chaffrey) NEL est né le 7 ventose an 6 de la République (soit le 25 février 1798) (Source : AHA années 1793-1804 page 54/110)

Chaffrey NEL (24 ans) se marie à Jeanne-Marie GONDRET (18 ans) le 8 août 1822 . son frère Claude (25 ans), est témoin du mariage.

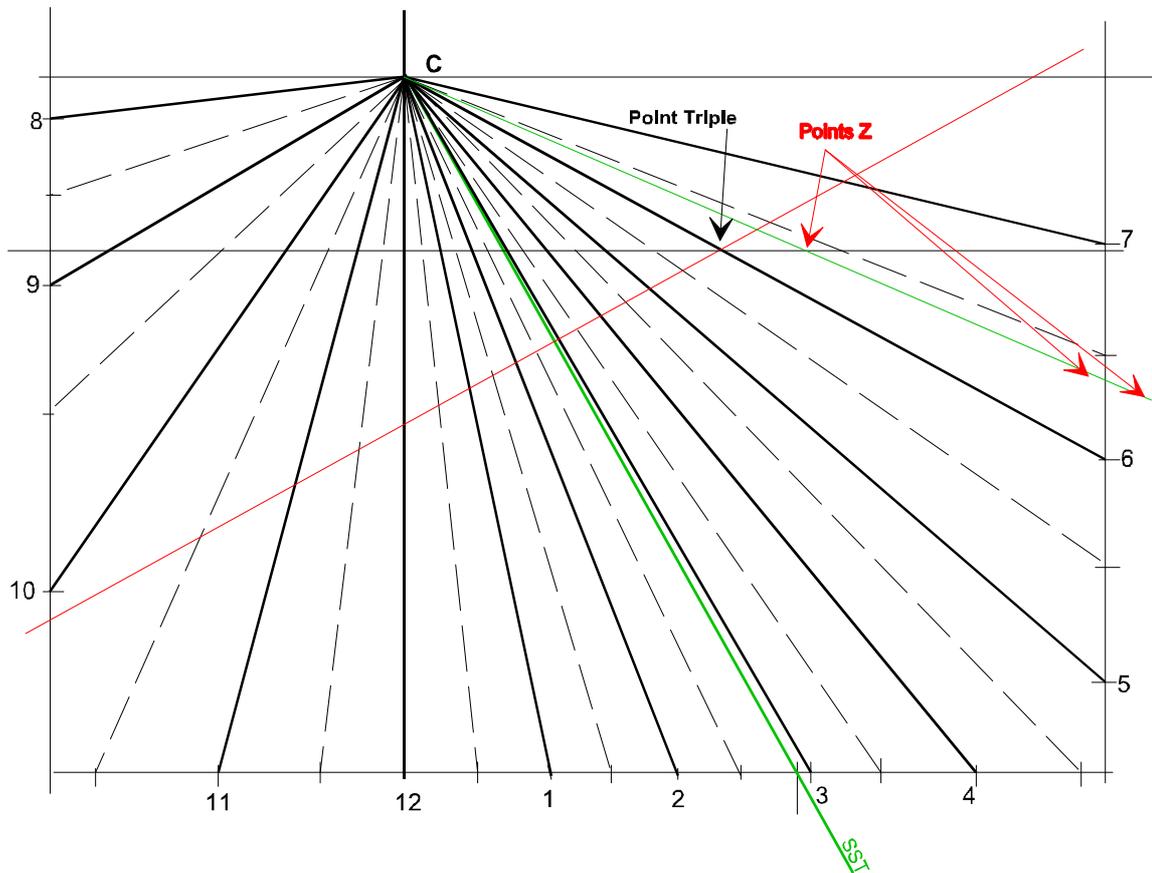
A cette date, son père, Pierre NEL est décédé et sa mère Françoise AUDIER a 50 ans. (Source : AHA années 1820-1823- page 78/123 n° 25)

Il est important de noter que le 4 août 1874 lors du décès d'un autre Pierre NEL (21 ans), Chaffrey NEL, âgé de 76 ans, était devenu domestique chez Jean-Louis Thier à Souliers. Enfin, les archives disponibles jusqu'en 1880 ne signalent pas le décès de Chaffrey NEL, ce qui laisse supposer qu'il est mort ensuite, assez vieux.

On ne sait pas non plus à quelle date Chaffrey NEL a abandonné son premier métier, mais il est sûr qu'en 1844, date de réalisation du cadran Sud-Est par Zarbula, Claude NEL était cultivateur. C'est donc ce dernier qui a toutes les chances d'être à l'origine de l'inscription W.C.N. au Clôt du Riou.

3 – Le cadran Sud-Ouest

Le calcul du cadran Sud-Ouest correspond exactement au tracé existant sur le mur avec une déclinaison gnomonique de $+34^\circ$:



Réponses aux questions:



En janvier, les journées rallongent moins le matin que le soir ?

Qu'est-ce que midi ?

L'analemme ?

L'heure du lever du soleil ?

Sur le site d' [Étienne Ghys](http://images.math.cnrs.fr/Chercher-midi-a-midi-et-quart.html) directeur de recherche CNRS:

<http://images.math.cnrs.fr/Chercher-midi-a-midi-et-quart.html>



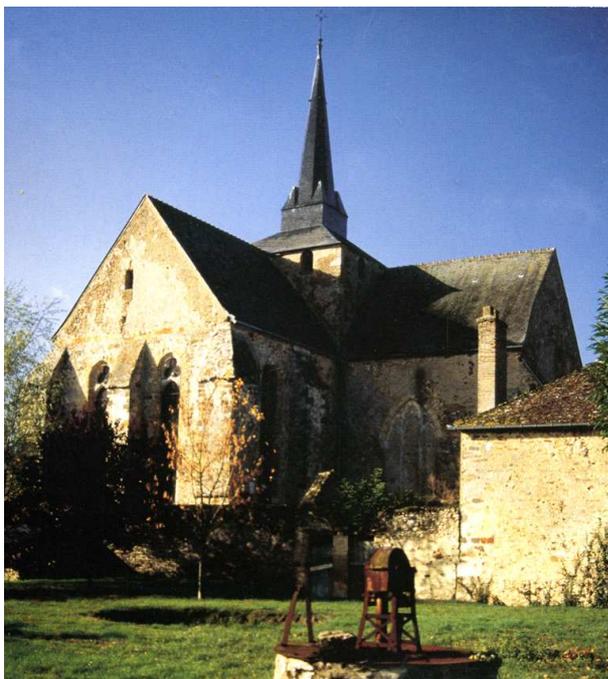
Table de Saint-Mars-sous-Ballon

Par Michel Ugon

« L'abbé Valiquet... Tels sont les véritables bienfaiteurs de l'humanité, ils agissent plus qu'ils ne parlent » Abbé Aubry- 1853

Plusieurs études ayant été réalisées auparavant sur cet ensemble remarquable, notamment par Paul Deciron¹ puis Alain Ferreira², il m'est apparu qu'il était possible de les reprendre avec une nouvelle approche fondée sur une reconstitution des cadrans par un calcul gnomonique systématique des divers éléments, ce qui a conduit aux compléments ci-après.

Si vous passez dans la Sarthe, ne manquez pas l'église St Médard de Saint-Mars-sous-Ballon à une vingtaine de kilomètres au nord du Mans. Vous pourrez admirer ce bel ensemble médiéval, ancien prieuré de Bénédictins du XI^{ème} siècle reconstruit au XIII^{ème}.



L'église St Médard à Saint-Mars-sous-Ballon

place dans le mur car elle était brisée dans sa partie Ouest .

Les coordonnées géographiques du lieu sont : $\varphi = 48^{\circ},1725$ N et $\lambda = 0^{\circ},2433$ E (en degrés décimaux).

A l'intérieur de l'église, dans le mur Sud, est gravée une inscription tumulaire du XVI^{ème} siècle qui est encore parfaitement lisible car les lettres gothiques ont été remplies d'une poix très noire. Elle relate la vie de Jehan Esnault qui sculpta neuf statues et fournissait tous les ans une barrique de vin de Ballon...

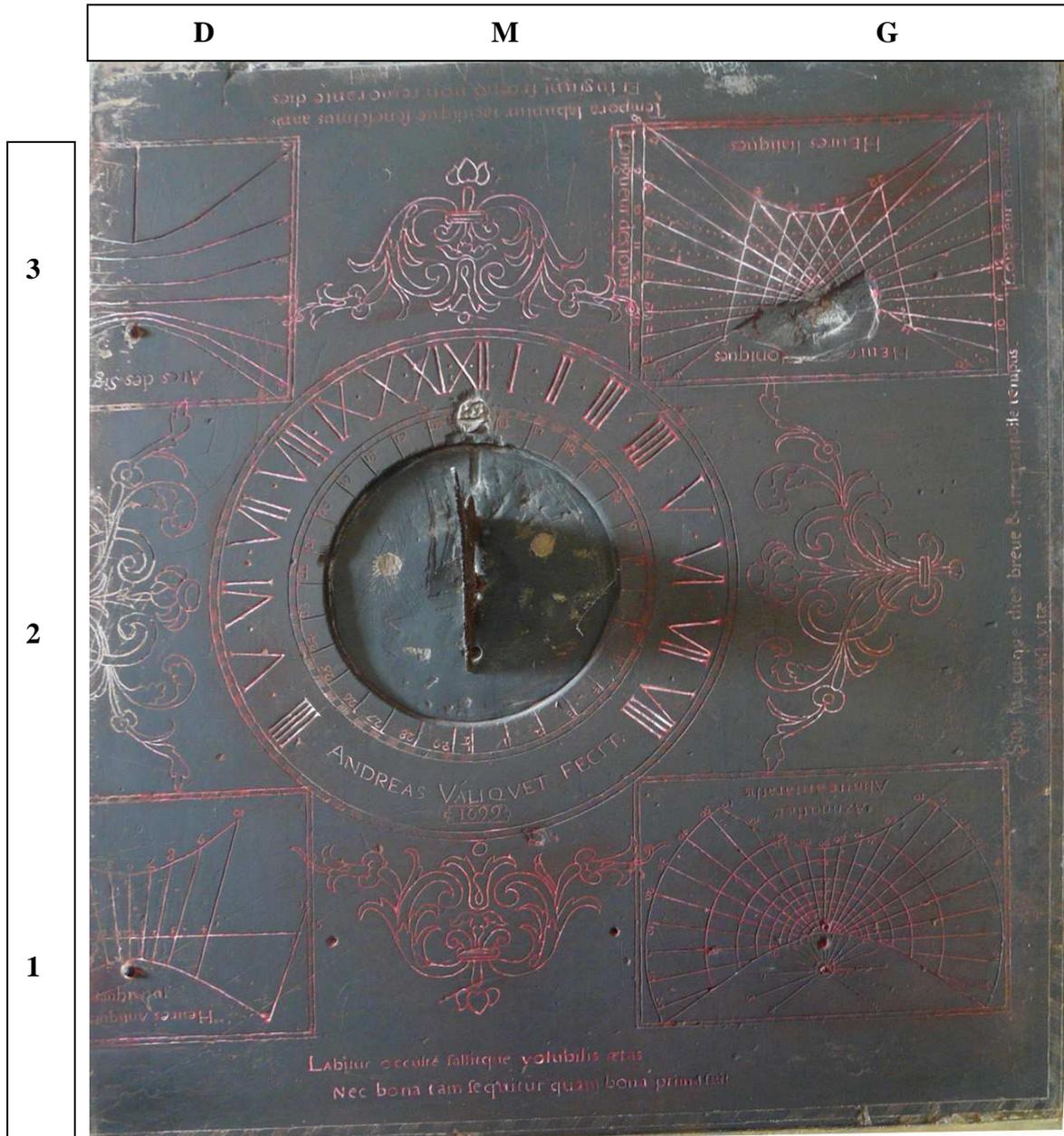
C'est en 1945 que l'abbé Lhuissier fit encastrier dans le mur Nord une table gnomonique ancienne afin d'en assurer la conservation.

Cette table horizontale carrée devait être posée sur une petite colonne dans les jardins du presbytère attenant à l'église. Aujourd'hui, c'est un rectangle d'ardoise fine gravée et retaillée avant sa mise en

L'ardoise qui mesure maintenant 52 cm sur 45 cm environ, comporte cinq cadrans solaires, un abaque et un décor de rinceaux encadrés par une frise et des devises. La gravure apparaît de couleur rouge orange sur le fond noir de la table, comme on peut le voir sur le cliché ci-dessous.

¹ Cadran solaire en l'église de Saint-Mars-sous-Ballon –Paul Deciron - Sciences et arts n° 627 – 1987

² Cadran horizontal installé sur un mur vertical à l'intérieur de l'église de Saint-Mars-sous-Ballon (Sarthe)- Etude faite par Alain Ferreira, Club Chavillois d'Astronomie- 2008



La table de Saint-Mars (les caractères latéraux servent à repérer les éléments)

On remarque le cadran central et les quatre cadrans solaires situés dans les angles, mais comme cette table fonctionnait horizontalement, il faut lui faire subir une rotation de 180°, ce qui rétablit le sens des titres de chaque cadran et explique le repérage matriciel que nous avons adopté en inversant les éléments de droite (D) et de gauche (G) Cependant, la table a dû être volontairement fixée dans cette position pour permettre la lecture des inscriptions principales.

1 – L’auteur de la table

La première qui est parfaitement lisible est : **ANDREAS VALIQUET FECIT 1699** La date de 1699 ne fait pas de doute, tandis que le nom d’Andreas Valiquet pose problème. En effet, on peut penser que ce nom est la signature de l’auteur, comme c’est souvent le cas sur les cadrans de l’époque, aussi penchons-nous un instant sur ce personnage et sur l’utilisation du terme « fecit ».

André Valiquet, fils d'André Valiquet et de Françoise Guimont, est né et baptisé à « Saint-Mards »³ en 1624.

« Il eut pour parrain Claude Esnault, avocat au siège de Ballon, époux de noble damoiselle Suzanne de Langlée »⁴.

Il a été ordonné prêtre à l'étranger et vint immédiatement à Saint Mards où il fût vicaire et instituteur de 1648 à 1700. Il y fût enterré le jour de Noël 1700. La table dont il est question ici a donc été fixée dans le mur de façon que son nom soit dans le bon sens. *Avait-il un lien de parenté avec Jean Valiquet, notaire au Lude dans la même période ?*

Si l'on suppose qu'il est l'auteur d'une telle œuvre, il aurait eu de solides connaissances gnomoniques, ce qui n'est pas prouvé, et il est également très surprenant que l'on ne trouve aucune autre table similaire portant son nom, celle de Saint-Mars ayant été réalisée alors qu'il avait 75 ans, c'est à dire juste un an avant sa mort.

Par ailleurs, nous pouvons traduire la citation par « Andréas Valiquet a fait faire, 1699 » car il y a d'autre cas d'utilisation du terme « Fecit » dans ce sens. Ces considérations militent en faveur d'une autre hypothèse qui nous paraît plus vraisemblable:

Etant vicaire de cette paroisse depuis 50 ans, enfant du pays et sans doute familier des notions d'astronomie, il s'agirait plutôt d'une oeuvre réalisée à sa demande pour son jubilé. Dans ce cas, la table aurait tout simplement été conçue par un gnomoniste de cette époque, ce qui était relativement répandu.

Peut-être s'agit-il d'un ecclésiastique érudit appartenant à son ordre ?

2 – La devise de la table

Les phrases qui servent de devise sont inscrites sur le pourtour de la table.

° En M1 : « **Labitur occulte fallitque volubilis aetas**

Nec bona tam sequitur quam prima fuit »

Ce qui peut se traduire par : « *La vie décevante s'écoule discrètement et l'âge présent ne vaut pas le temps jadis* »

Ces deux vers ne se suivent pas, bien qu'ils soient tous les deux d'Ovide. Le premier provient des Amours, Livre I, Epigramme ipsius VIII, vers 49. Le second provient de L'Art d'aimer, Livre III, vers 59. Le texte complet qui fait deux vers est le suivant:

« utendum est aetate : cito pede labitur aetas nec bona tam sequitur quam bona prima fuit »

° En G2 : « **Stat sua cuique dies breve & irreparable tempus**

Omnibus est vitae »

Traduction proposée : « Les jours de chacun sont comptés et, pour tous, le temps de la vie est bref et irréparable » Origine : Virgile, Enéide, Livre X, vers 560

° En M3 : « **Tempora labuntur tacitisque senescimus annis**

Et fugiunt fraeno non remorante dies »

Traduction : « *Le temps s'écoule et nous vieillissons au fil de muettes années. Nos jours s'enfuient que nul frein n'arrête* ». Origine : Ovide, Les Fastes, Livre VI, vers 773

° En D2 : On peut penser qu'il existait aussi une devise de ce côté, mais elle a été détruite, et nous n'avons pas d'éléments à ce jour pour la reconstituer.

3 - Le cadran G1

En fait, il s'agit de deux cadrans inscrits dans un rectangle de 168 x 118 mm. Le cadran principal indique la hauteur et l'azimut du Soleil, d'où son titre.

³ Cadran horizontal installé sur un mur vertical à l'intérieur de l'église de Saint-Mars-sous-Ballon (Sarthe)-
Etude faite par Alain Ferreira, Club Chavillois d'Astronomie- 2008

⁴ Abbé Aubry – histoire religieuse des trois paroisses de Ballon, Saint-Mars et Saint-Ouen-1853

Les hauteurs ou « **Almucantaraths** » sont les angles que fait l'astre au dessus de l'horizon et sont repérés par 9 cercles concentriques gradués de 10° à 50° tous les 10° . Les « **Azimuths** » donnent la direction du Soleil entre le plan méridien du lieu et le plan vertical passant par l'astre. Ils sont comptés ici de -20° à $+90^{\circ}$ tous les 10° de part et d'autre du méridien.

Le style droit est implanté au dessus de l'arc du solstice d'été. Sa distance à l'arc d'hiver est de 45 mm environ ce qui donne une hauteur de 15 mm pour la latitude de Saint-Mars.

Le petit cadran secondaire qui se trouve au dessus est une forme simplifiée de M2. L'angle tabulaire entre la ligne de midi et celle de 8H (ou 20H) est également de 127° , ce qui correspond à la latitude de Saint-Mars ($48^{\circ},1725$). On peut se demander pour quelle raison l'auteur a dupliqué un tel cadran puisque M2 donne une meilleure précision. La raison est sans doute liée à l'orientation correcte de la table vers le Sud.



Le cadran G1

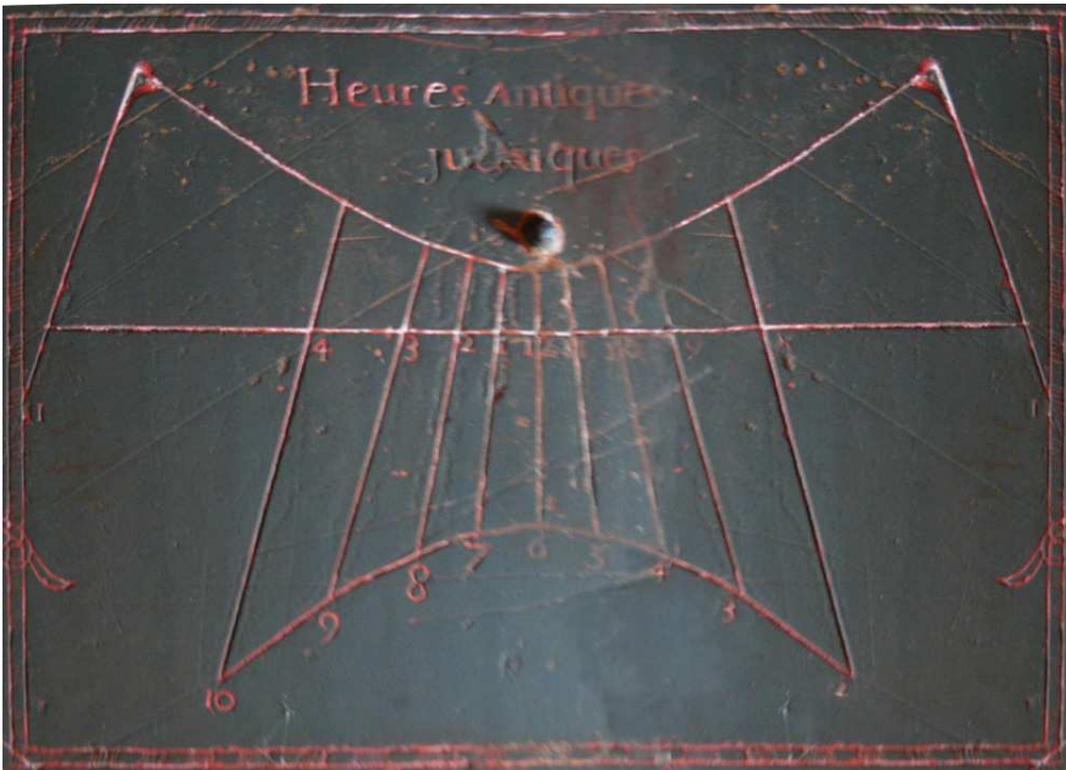
4 - Le cadran D1

Ce cadran donne les heures antiques judaïques, ou heures temporaires. Dans ce système, l'heure temporaire est la douzième partie de la journée, c'est-à-dire entre le lever et le coucher du soleil. C'est pourquoi la longueur de ces heures varie chaque jour. A l'équinoxe, une heure temporaire dure 60 minutes, tandis qu'au solstice d'hiver à Saint-Mars elle dure seulement 40 minutes et au solstice d'été 1H 19'.(voir calculs en annexe)

L'heure est donnée par l'ombre de l'extrémité du style droit. La mesure de la distance entre le pied du style droit et l'arc d'hiver permet de calculer sa hauteur $\cong 14,5$ mm.

Bien que les lignes horaires temporaires soient en réalité des courbes complexes, ce sont pratiquement des segments de droite limités par les deux arcs des solstices et gradués de 1 à 11 heures le long de l'arc d'hiver. On sait que les heures temporaires 0 et 12 sont rejetées à l'infini et ne peuvent être tracées. Le long de la droite d'équinoxe, l'auteur a rappelé les 11 heures classiques : (7), 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5

Le calcul de l'éventail horaire correspond bien à la latitude de Saint-Mars et permet de reconstituer complètement la partie détruite. La vue ci-après est le résultat de la reconstitution numérique de ce cadran, tel qu'il devait être.



Reconstitution du cadran D1

Comme nous connaissons sa hauteur égale à 117mm, sa largeur « reconstituée » est égale à 168 mm, c'est-à-dire très proche des autres cadrans latéraux.

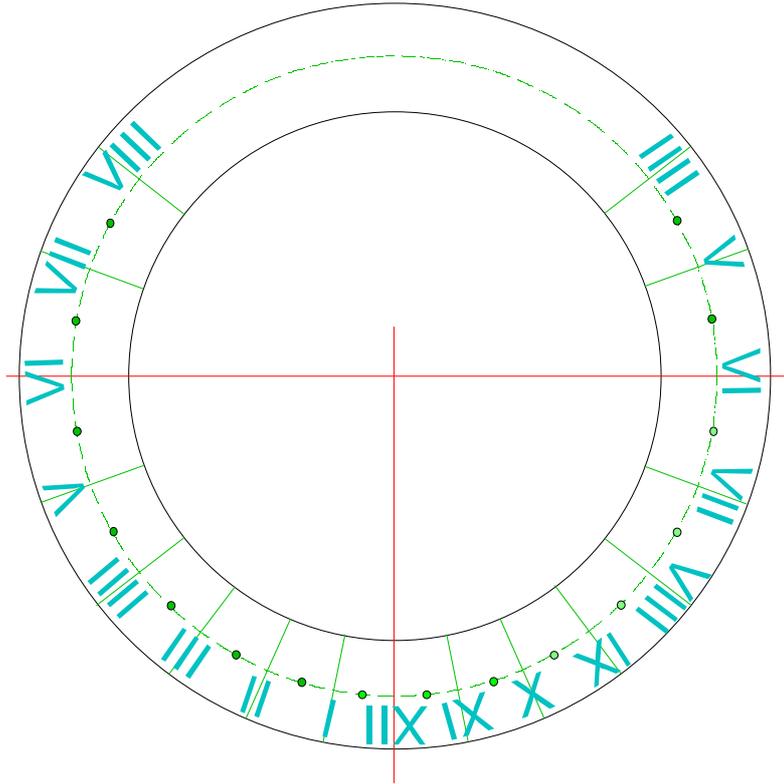
5 - L'ensemble M2

En fait, il s'agit ici de deux éléments centraux circulaires concentriques dont « *La partie centrale est évidée de quelques millimètres* » ⁽¹⁾ et abritait un élément aujourd'hui disparu. La couronne externe est un cadran horizontal, tandis que la couronne médiane abrite un autre motif associé que nous allons découvrir. Bien que ces deux ensembles soient liés, nous commencerons par analyser le cadran de la couronne externe, car c'est l'élément principal de la table

5 – 1 Le cadran horizontal M2

La couronne externe est celle d'un cadran horizontal circulaire classique de 210 mm de diamètre environ. Les heures diurnes sont graduées en chiffres romains de 4 heures du matin à 8 heures du soir.

Comme à notre habitude, nous avons recalculé ce cadran pour la latitude de Saint-Mars, ce qui donne le résultat suivant :



Le cadran M2 par le calcul

On pourra vérifier que les angles des lignes horaires sont parfaitement superposables à ceux du cadran, ce qui confirme que cette table a bien été conçue pour ce lieu.

Cependant plusieurs de nos prédécesseurs ont remarqué la position curieuse du style triangulaire « *puisque la pointe de l'arête n'est pas au centre du cadran* »⁽¹⁾. Cette étrangeté a attiré notre attention et nous avons cherché à en comprendre la raison.

Tout d'abord, rappelons que le style triangulaire rectangle possède une hypoténuse de 177 mm et une base de 79 mm, ce qui correspond bien à la latitude de Saint-Mars (48°,172) Malgré les dégradations, l'examen attentif de la partie centrale et du style conduit à plusieurs observations :

- Le style est maintenu à sa base par un gond coulissant rouillé
- Une petite encoche située sur la couronne externe coïncide avec la ligne de midi (voir cliché ci-après)
- La grande encoche située dans le prolongement du style n'est pas en face de la petite encoche externe
- Lorsque le style est bien orienté Nord-Sud et que l'on positionne sa pointe au centre du cadran, l'extrémité Nord de la base s'encastre exactement dans la petite encoche.
- Les deux encoches ne sont pas actuellement en face l'une de l'autre, donc le style triangulaire n'était plus sur la méridienne Nord-Sud

On en déduit que :

- Le style coulissait sur un axe médian horizontal
- Il coulissait dans une rainure, et, lorsqu'il était positionné correctement, il venait en butée au fond de la petite encoche.
- Lorsqu'on a fixé la table verticalement sur le mur Nord de l'église, le style a pu glisser en position basse par gravité naturelle.



Petite encoche

Grande encoche

Plateau rotatif

On déduit de ces observations que le style était fixé sur un axe horizontal coulissant dans un plateau rotatif aujourd'hui bloqué par les dégradations et des remplissages.

Mais alors, pour quelle raison le style était-il coulissant et fixé sur un plateau rotatif? C'est ce que nous allons éclaircir en analysant la partie centrale.

5 – 2 Le motif central

La couronne médiane donne les jours du mois lunaire gradués de 1 à 29,5 dans le sens anti-horaire. On sait que les mouvements de la Lune sont très complexes, car elle est soumise essentiellement à l'action de deux corps: le Terre et le Soleil, et le chiffre de 29,5 correspond à la révolution synodique (ou lunaison moyenne) retenue au XVII^{ème} siècle, c'est à dire le temps qui sépare deux conjonctions successives de la Lune avec le Soleil. On sait aujourd'hui qu'une lunaison peut durer de 29,29 à 29,84 jours, chaque jour correspondant à un retard angulaire journalier moyen par rapport au Soleil $R_L = 360^\circ/29,5 \cong 12^\circ, 203$. Cet angle R_L est appelé « angle lunaire » et peut donc varier de 48 à 49 minutes d'heure.

Il est donc clair que la couronne centrale est liée à la lecture de l'heure la nuit, lorsque la Lune donne une ombre du style sur la table. Il pourrait alors s'agir de deux appareils de type très différents : soit un convertisseur lunaire qui permet de connaître l'heure solaire correspondant à l'ombre du style sur le cadran au clair de Lune, soit un cadran lunaire donnant directement l'heure solaire par l'ombre du style.

Est-ce un convertisseur ou un cadran ? Pour répondre à cette question examinons chacune de ces deux possibilités

1^{ère} hypothèse : C'est un convertisseur lunaire :

Dans ce cas, voici le résultat du calcul de la position des graduations de la couronne centrale (voir schéma ci-après).

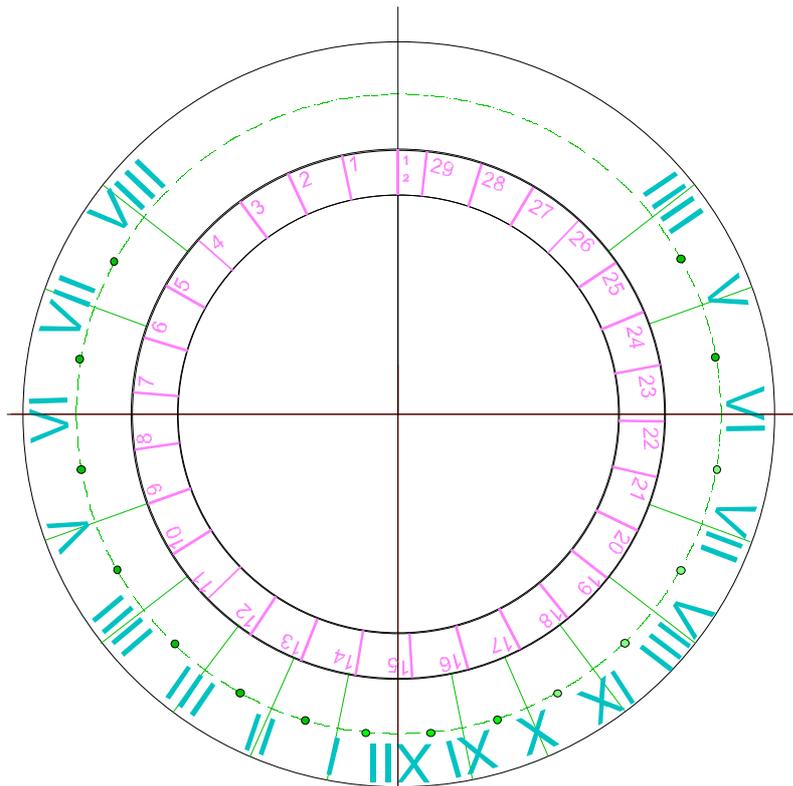
Ces graduations correspondent à un écart équi-angulaire de R_L .

Or, dans le mouvement simplifié retenu à l'époque, l'ascension droite de la Lune s'écarte chaque jour de celle du soleil de l'angle lunaire R_L . On en déduit que l'heure solaire H est donnée par la relation linéaire

$$H \equiv (h + 24a/29,5) \text{ mod } (24)$$

h étant l'heure de l'ombre lunaire lue sur le cadran

a étant l'âge de la Lune



◀ Cas où la couronne centrale est celle d'un convertisseur lunaire

Ainsi, lisant l'heure h au clair de Lune et connaissant son âge, on calcule simplement l'heure solaire.

Le tableau suivant en donne quelques résultats. (avec $4 < h < 16$)

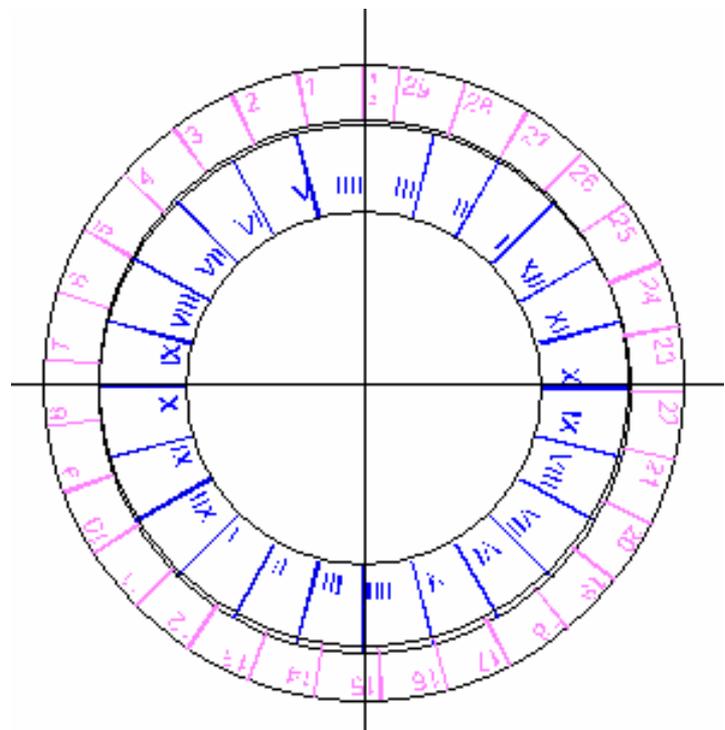
Mais cette relation linéaire n'a pas échappé aux gnomonistes qui ont évité tout calcul en réalisant un abaque permettant de lire directement H . Ce type de « convertisseur lunaire » était courant aux XVIIème et XVIIIème siècles et se composait de deux couronnes concentriques. Une couronne externe fixe, graduée de 1 à 29,5, et une couronne interne mobile divisée en 2x12 heures : 12 heures du matin et 12 heures du soir graduées comme le montre la figure ci-dessous.

a	H	
0	h	Nouvelle Lune (NL)
7,375	$(h + 6)$	Premier quartier (PQ)
14,75	$(h + 12) \bmod (24)$	Pleine Lune (PL)
22,125	$(h + 18) \bmod (24)$	Dernier Quartier(DQ)
16	$(h + 13) \bmod (24)$	\cong PL

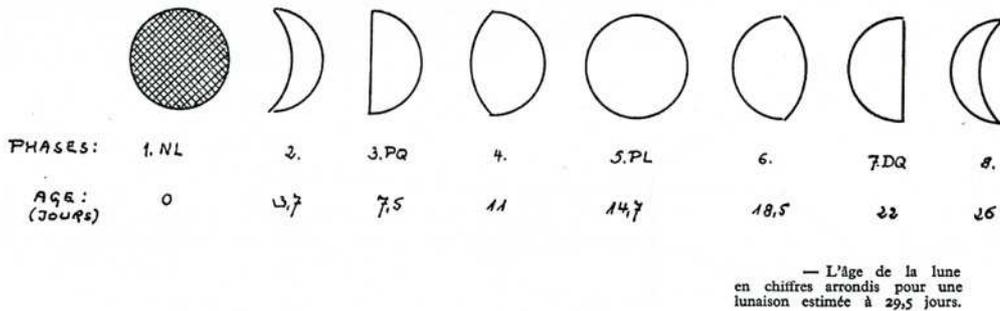
En faisant tourner cette couronne de telle sorte que l'heure lue sur le cadran coïncide avec la Nouvelle Lune, il suffisait de lire directement l'heure solaire H en face de l'âge de la Lune. L'exemple figuré ci-dessus montre la position des couronnes pour une lecture nocturne de IIII heures à 16 jours de la NL : en face de la graduation 16 on lit V heures du soir, ce qui correspond aux 17 heures données par la formule (dernière ligne du tableau). Il s'agit d'un cas limite proche du lever de la Pleine Lune en été.

Le lecteur pourra vérifier aussi que $H = 2$ heures pour $h = 13$ heures.

Pour connaître l'âge de la Lune, on utilisait souvent une méthode empirique fondée sur ses divers aspects, comme l'indique R.Rohr dans son ouvrage de 1965, rappelé page suivante:



Cas du convertisseur lunaire recalculé



Mais pour appliquer cette méthode, reconnaissons qu'il fallait une certaine habitude et que la précision atteinte était très discutable. Pour un meilleur résultat, on utilisait la méthode des épactes (voir encadré) qui était exposée dans beaucoup d'ouvrages de l'époque, mais il est préférable d'utiliser les éphémérides.

Sur l'épacte

Tout d'abord, une définition de dictionnaire :

« **épacte** : nom féminin (1119) venant du grec epaktai hēmerai qui signifie : *jours intercalaires*. L'épacte est un nombre qui exprime l'âge de la Lune au 31 décembre de chaque année et qui indique combien il faut ajouter de jours à l'année lunaire pour qu'elle soit égale à l'année solaire »

L'épacte du calendrier julien était donc la différence entre les calendriers solaires et lunaires.

En 1582, la réforme grégorienne a supprimé dix jours au calendrier ce qui entraîna un ajustement du calendrier lunaire. L'épacte devint l'âge de la Lune au 1^{er} janvier de chaque année, c'est-à-dire le nombre de jours entre la dernière nouvelle Lune de l'année précédente et ce 1^{er} janvier.

Avec 12 mois de 29,5 jours, l'année lunaire possède 354 jours, l'épacte julienne ajoute 11 jours (modulo 30) chaque année pour égaler à peu près l'année solaire de 365 jours.

Il est admis que c'est Méton, astronome grec du V^{ème} siècle avant notre ère, qui a mis en évidence la période de 19 ans au bout de laquelle des phases de la Lune retrouvent un cycle quasiment identique par rapport à l'année solaire (cycle de Méton- 432 av JC- d'après J.Ozanam 1694). En fait, l'épacte reprend successivement les mêmes valeurs en ajoutant une unité tous les 19 ans. Cette correction n'est qu'une approximation qui entraîne un jour de retard sur l'âge véritable de la Lune tous les trois siècles environ.

A chaque année on associe donc un nombre de 1 à 19 appelé nombre d'or car ces nombres étaient gravés en or sur la place publique d'Athènes. L'an 1 de l'ère chrétienne a pour nombre d'or 2.

Ce nombre d'or, qui ne dépend que de l'année, détermine l'épacte dont la connaissance permet de calculer l'âge moyen de la Lune dit « âge ecclésiastique » à un ou deux jours près.

Depuis 1582, l'épacte grégorienne peut servir à déterminer approximativement l'âge de la Lune à une date donnée. Comme on considérait des mois égaux de 30 jours, il fallait additionner le quantième à l'épacte et lui ajouter le nombre de mois écoulés depuis une référence. Si ce mois de référence est janvier, il faut tenir compte des années bissextiles qui, comme on sait, ajoutent un jour en février tous les quatre ans (sauf pour les années séculaires). Par contre, pour une année donnée, la règle de calcul de l'épacte et son nombre d'or ne change pas entre mars et fin février de l'année suivante, à cause du décalage des années bissextiles qui s'opère le 1^{er} mars. Cette remarque conduit donc à compter les mois à partir de cette date, cependant, on peut noter de légères différences suivant les auteurs selon que l'on tient compte du mois considéré ou non. Nous retiendrons les règles suivantes :

Une première étape consiste à calculer le nombre d'or « n » pour l'année « a » par la formule suivante :

$$n \equiv a + 1 \pmod{19}$$

Ensuite, le calcul de l'épacte dépend des années considérées, car pour suivre au mieux les mouvements de la Lune réelle on retranche un jour chaque année non bissextile et on ajoute un jour tous les 300 ans.

Ceci abouti aux formules regroupées dans le tableau ci-dessous :

siècle	épacte
16 ^{ème} ≤ 1582	$e \equiv 11n \pmod{30}$
>1582 et 17 ^{ème}	$e \equiv 11n - 10 \pmod{30}$
De 1700 à 1899	$e \equiv 11n - 11 \pmod{30}$
De 1900 à 2199	$e \equiv 11n - 12 \pmod{30}$

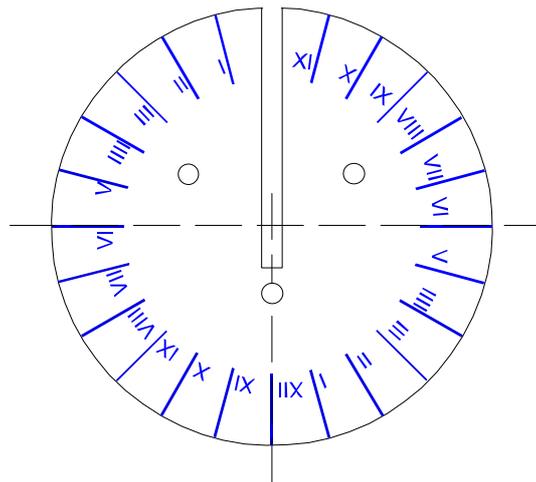
Exemples :

- ° Pour l'année 1641 on trouve $n = 8$ et $e = 18$
- ° L'âge de la Lune est donné par $A = e + m + j \pmod{30}$
 m étant le décompte de mois depuis le 1er mars et j le quantième.
- ° Ainsi, le 12 mars 1641, $m = 1$ et $A = 31$, l'âge de la Lune est 1, c'est à dire 1 jour après la Nouvelle Lune (l'épacte et l'âge de la Lune correspondent à ceux donnés dans les livres de l'époque, notamment ceux de Pierre de Sainte Marie Magdeleine parus entre 1645 et 1680).
- ° Pour l'an 1769, $n = 3$ et $e = 22$: NL le 4 juillet
- ° Pour l'année 2009, on a $n = 15$ et $e = 3$
- ° Ce qui donne les résultats suivants :
 - 11 mars : $A = 14$ (Pleine Lune)
 - 26 mars : $A = 29$ (Nouvelle Lune)
 - 15 juin : $A = 22$ (Dernier Quartier)
 - 26 octobre : $A = 7$ (Premier Quartier)

Le lecteur pourra constater que ces résultats sont cohérents avec les éphémérides.

Le mode d'emploi de ce convertisseur nous indique donc qu'après la lecture du cadran au clair de Lune, il fallait faire tourner la graduation intérieure pour placer cette valeur en face de l'origine de la couronne centrale. Ceci ne pouvait se réaliser qu'en faisant d'abord glisser le style hors de son encoche pour débloquent le plateau tournant afin de le faire pivoter.

Dans cette hypothèse, il est clair que ce plateau rotatif devait supporter un disque gradué en 2×12 heures. Ce disque a aujourd'hui disparu, mais, compte tenu de sa faible épaisseur, il devait être réalisé dans une tôle similaire à celle du style et avoir l'allure du schéma de droite



Peut-être le retrouvera-t-on un jour grâce à ce « portrait robot » ?

Ce disque central devait nécessairement être fixé sur le plateau, que l'on voit sur le cliché ci-dessous.

On y distingue nettement trois trous qui devaient servir à cette fixation par l'intermédiaire de trois ergots repliables ou des rivets. Les deux trous supérieurs ont été bouchés, sans doute pour empêcher une nouvelle fixation, et l'on remarque de très nombreuses éraflures concentriques sur le pourtour du trou de gauche.

Ces traces pourraient être celles d'un outil contondant qui aurait servi à extraire le disque du plateau. En effet, nous pouvons faire l'hypothèse que cette table a été outrageusement martelée (peut-être sous la Révolution) afin d'enlever tout signe religieux. Ceci expliquerait notamment les coups donnés autour du style de G3 et sur la couronne médiane au niveau de la graduation 15. Selon cette hypothèse, il paraît vraisemblable que le disque rotatif comportait également des motifs religieux.

Y avait-il un blason au niveau de cette graduation obstruée grossièrement ?



Vue du plateau central, du style et des trous de fixation.

Quant au sens anti-horaire observé sur la graduation de ce convertisseur, il est clair que l'on peut également réaliser un tel abaque dans l'autre sens, d'ailleurs nous en avons rencontré de semblables réalisés dans les deux sens à la même époque.

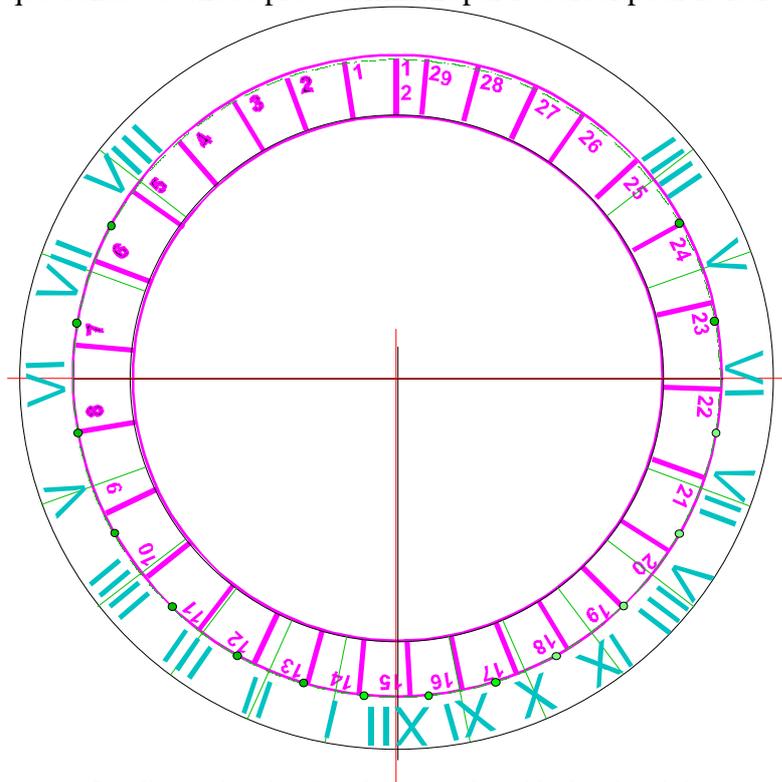
Le sens de la graduation correspondrait-il à une habitude du concepteur ?

2^{ème} hypothèse : cas d'un cadran lunaire

Bien que l'analyse puisse paraître quelque peu fastidieuse, cette solution mérite d'être examinée car elle nécessite également deux couronnes et un plateau rotatif supportant un cadran solaire horizontal. Un tel cadran, décrit dans plusieurs ouvrages aux XVII^{ème} siècle (F.Bion –1625, P de Sainte-Marie-Magdelaine –1645 & 1680, J.Ozanam –1694 ...), permettait de lire directement l'heure solaire de nuit grâce à l'ombre de la Lune. Le disque central était donc gradué comme le cadran solaire externe et pouvait pivoter. Construit ainsi, le mode d'emploi d'un tel cadran lunaire était simple : Il suffisait de faire tourner le disque central gradué, de façon que ce dernier soit en face de l'âge de la lune sur la couronne médiane. L'heure était donnée par l'ombre du style polaire.

Dans ce cas, les graduations des deux couronnes externes ne sont plus celles d'un abaque, mais celle d'un véritable cadran qui aurait 30 lignes sur la couronne médiane dans le sens anti-horaire et 12 lignes horaires classiques sur le disque intérieur aujourd'hui disparu. Ces dernières seraient d'ailleurs les mêmes que celles du cadran principal lorsque les lignes de midi coïncidaient.

La figure ci-après montre le tracé des deux couronnes encore visibles obtenues par la méthode géométrique classique utilisée à cette époque (voir en annexe). Le lecteur pourra naturellement vérifier que les lignes horaires du cadran solaire horizontal sont bien les mêmes que celles obtenues précédemment par le calcul pour la latitude de Saint-Mars.



Cas d'un cadran lunaire obtenu par la méthode géométrique

On remarque immédiatement que les lignes de la couronne médiane ne sont pas équi-angulaires, ce qui est parfaitement normal pour un cadran de ce type, en se resserrant vers la médiane et en s'écartant sur la perpendiculaire.

Ainsi, les lignes numérotées 4 à 25 ne sont-elles pas en face des graduations lues sur la table, avec un écart important vers les lignes 20. De plus, pour faire tourner le plateau, nous avons vu qu'il était nécessaire de décentrer le style et de le faire pivoter avec le plateau, ce qui aurait pour effet de fausser les lectures.

Ces deux constats conduisent donc à éliminer cette hypothèse.

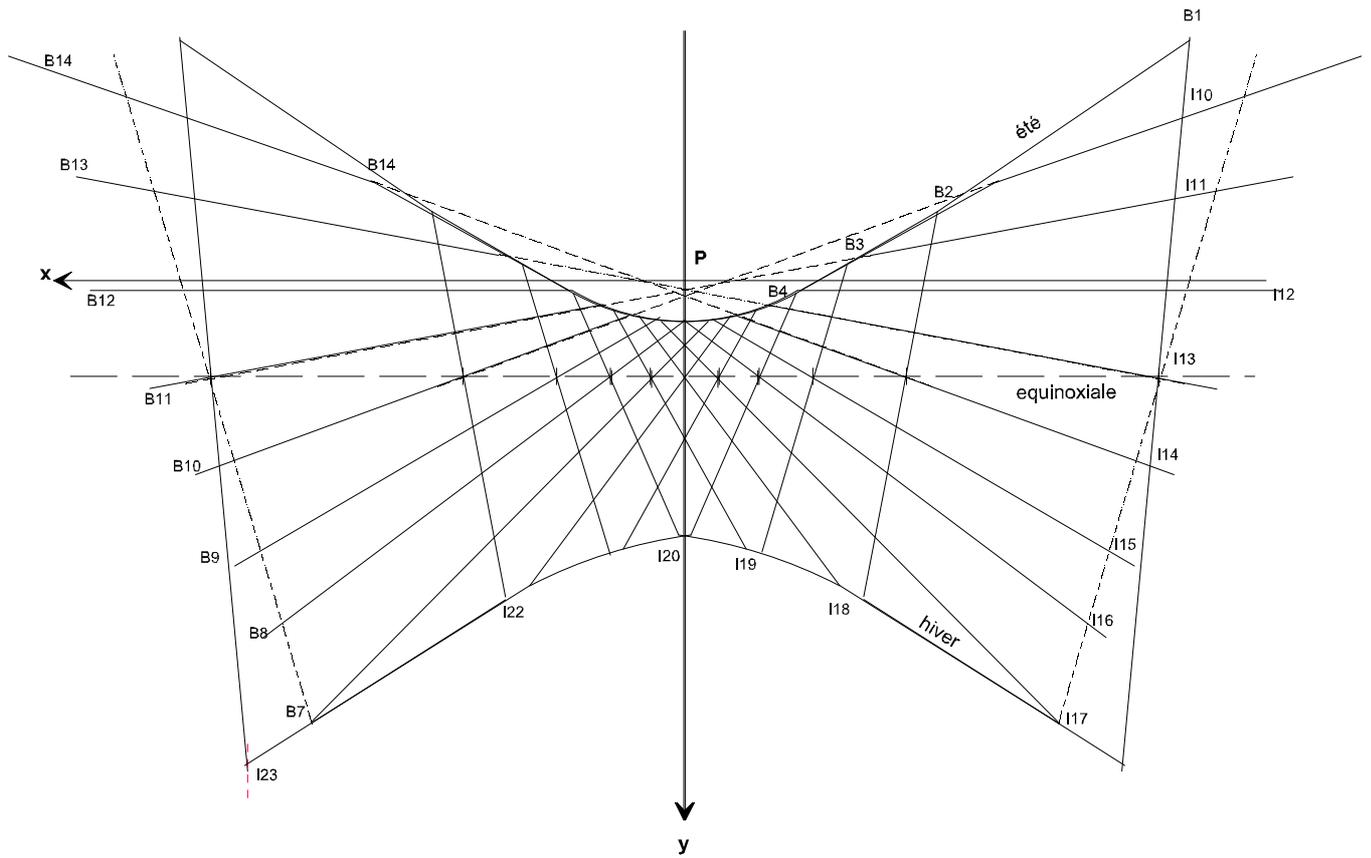
Conclusion : il s'agit d'un convertisseur lunaire dont la couronne centrale a disparu et dont le style solidaire servait de poignée.

6 - Le cadran G3 :

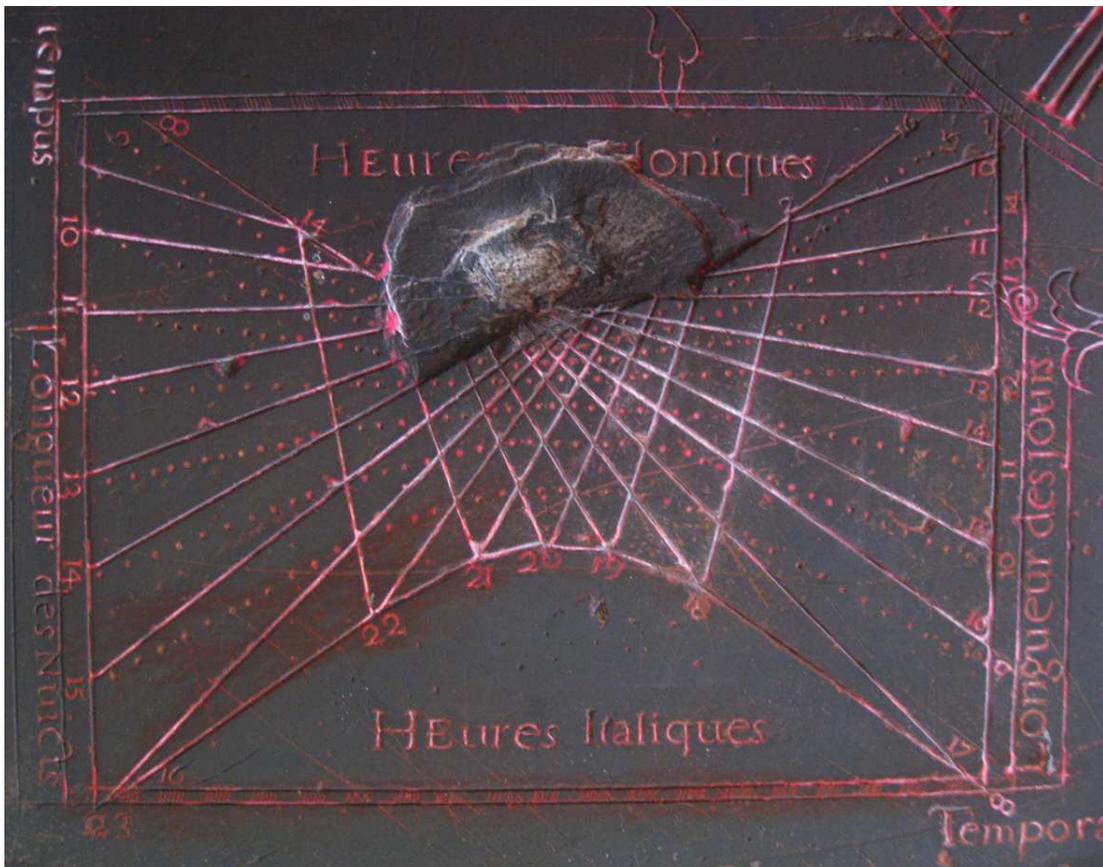
Conformément aux deux titres, il s'agit d'un double cadran donnant les heures italiques et babyloniennes. Ses dimensions sont : 169 x 127 mm

L'étude de ce cadran est fondée sur la restitution de son tracé par le calcul pour la latitude de Saint-Mars. Ce tracé est reproduit ci-après (pour le calcul, voir en annexe).

Les dimensions de ce cadran étant connues, nous avons pu confirmer, par superposition, que G3 a bien été conçu pour la latitude de Saint Mars-sous-Ballon. Le calcul de la hauteur du style droit est : $a \cong 15$ mm



Tracé du cadran G3 par le calcul



Cliché du cadran G3 (très endommagé autour du style droit)

Les lignes babyloniennes indiquant le nombre d'heures depuis le lever du soleil et les lignes italiques jusqu'au coucher, ce cadran indique aussi la durée des jours (à droite) et la durée des nuits (à gauche).

En effet, la durée des nuits étant donnée par $I - B$, celle des jours par $24 - (I - B)$, l'auteur a marqué ces deux valeurs de part et d'autre des lignes extrêmes qui sont presque verticales. Ainsi, le long de la ligne $B=1$, à droite, on pourra vérifier que la « Longueur des Jours » est bien donnée par la relation $25 - I$, ce qui donne la progression : 8, 9, 10, ..., 14, 15. Et le long de la ligne italique $I = 23$, à gauche, nous aurons la « Longueurs des Nuits » par la relation $23 - B$, soit : 16, 15, 14, ..., 9, 8.

En utilisant les mêmes méthodes que pour D1, nous pouvons « réparer » G3 en tenant compte de tout ce qui précède. Cette opération nous a prouvé que la couleur rouge-orangée qui remplit les gravures a été ajoutée beaucoup plus tard, car elle recouvrait aussi les éraflures qui ne sont manifestement pas d'origine. Néanmoins, nous l'avons conservée par souci d'homogénéité avec les divers éléments de la table tels qu'ils apparaissent aujourd'hui.



Le cadran G3 « réparé »

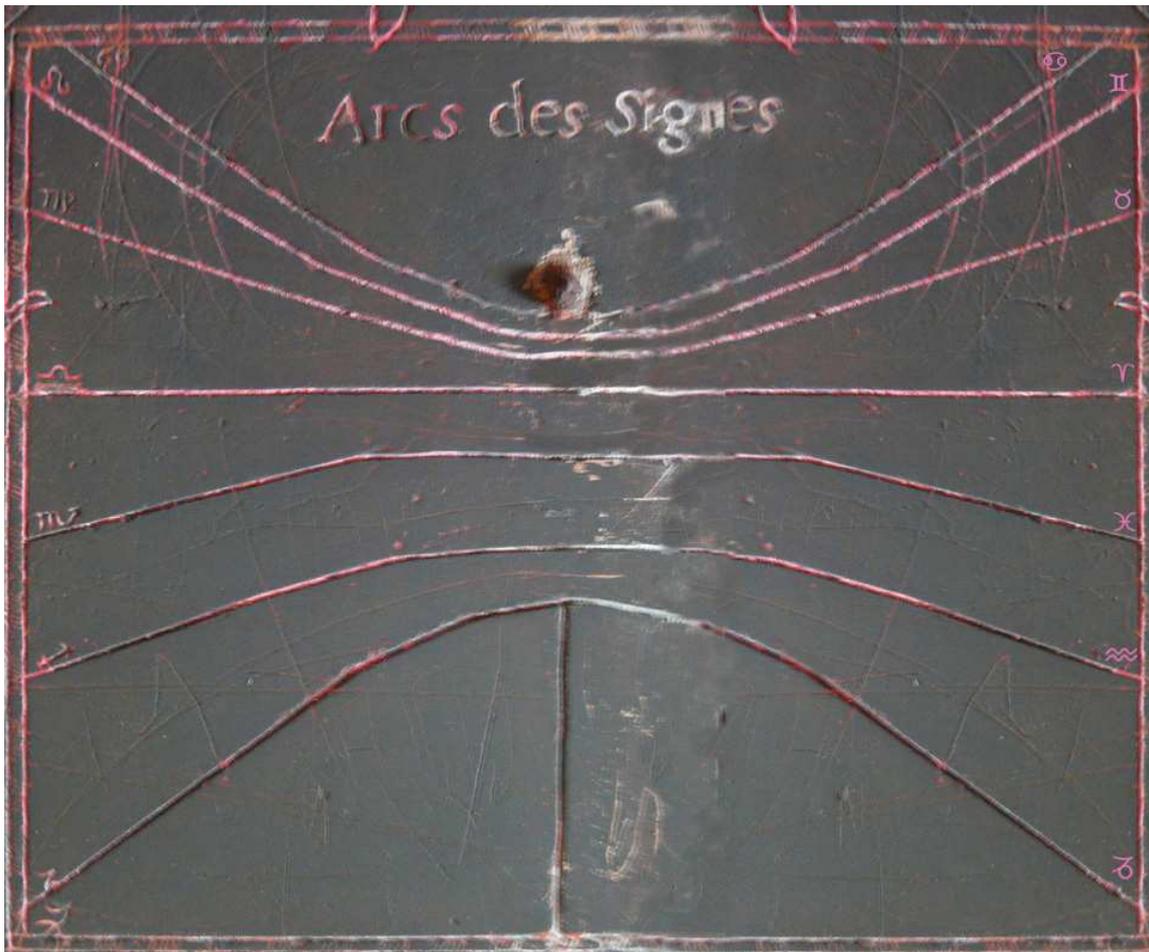
7 - Le cadran D3

Ce cadran donne la date en coïncidence de l'ombre du style droit avec l'un des sept arcs diurnes classiques et repérés par un signe du zodiaque (voir tableau ci-après).

La table ayant été brisée, seuls les signes de gauche subsistent, mais on peut aisément reconstituer ceux de droite en s'aidant du tableau ci-dessus.

Signe	date	déclinaison	date	Signe
Cancer (♋)	21/6	+ 23°,44	21/6	Cancer (♋)
Lion (♌)	23/7	+ 20°,15	21/5	Gémeaux (♊)
Vierge (♍)	23/8	+ 11°,47	20/4	Taureau (♉)
Balance (♎)	23/9	0°	20/3	Bélier (♈)
Scorpion (♏)	23/10	- 11°,47	19/2	Poisson (♓)
Sagittaire (♐)	22/11	- 20°,15	20/1	Verseau (♒)
Capricorne (♑)	21/12	- 23°,44	21/12	Capricorne (♑)

Toujours grâce aux techniques numériques il a nous été possible de reconstituer ce cadran dont la hauteur est connue (128mm). Sa largeur devait donc être égale à 163 mm et voici à quoi il devait ressembler avant sa destruction partielle.



Reconstitution du cadran D3

La distance de l'équinoxiale au pied du style droit étant mesurée égale à 15 mm (soit une distance au centre du cadran de 27mm), on en déduit que la hauteur du style droit doit être $a = 15 \operatorname{ctg} \varphi = 13,4 \text{ mm}$

Par ailleurs, on remarque le tracé relativement grossier des hyperboles réalisées par une succession de segments de droite. En traçant l'éventail horaire de ce cadran, nous avons constaté que chaque segment correspond à l'espace compris entre deux lignes horaires. Ainsi, la partie plate de « l'hyperbole » de la vierge est-elle réduite à un segment compris entre 9H et 15H, ce qui n'entraîne qu'une erreur inférieure à 1 mm sur la ligne de midi. Cette méthode d'interpolation géométrique a donc été utilisée pour simplifier le tracé.

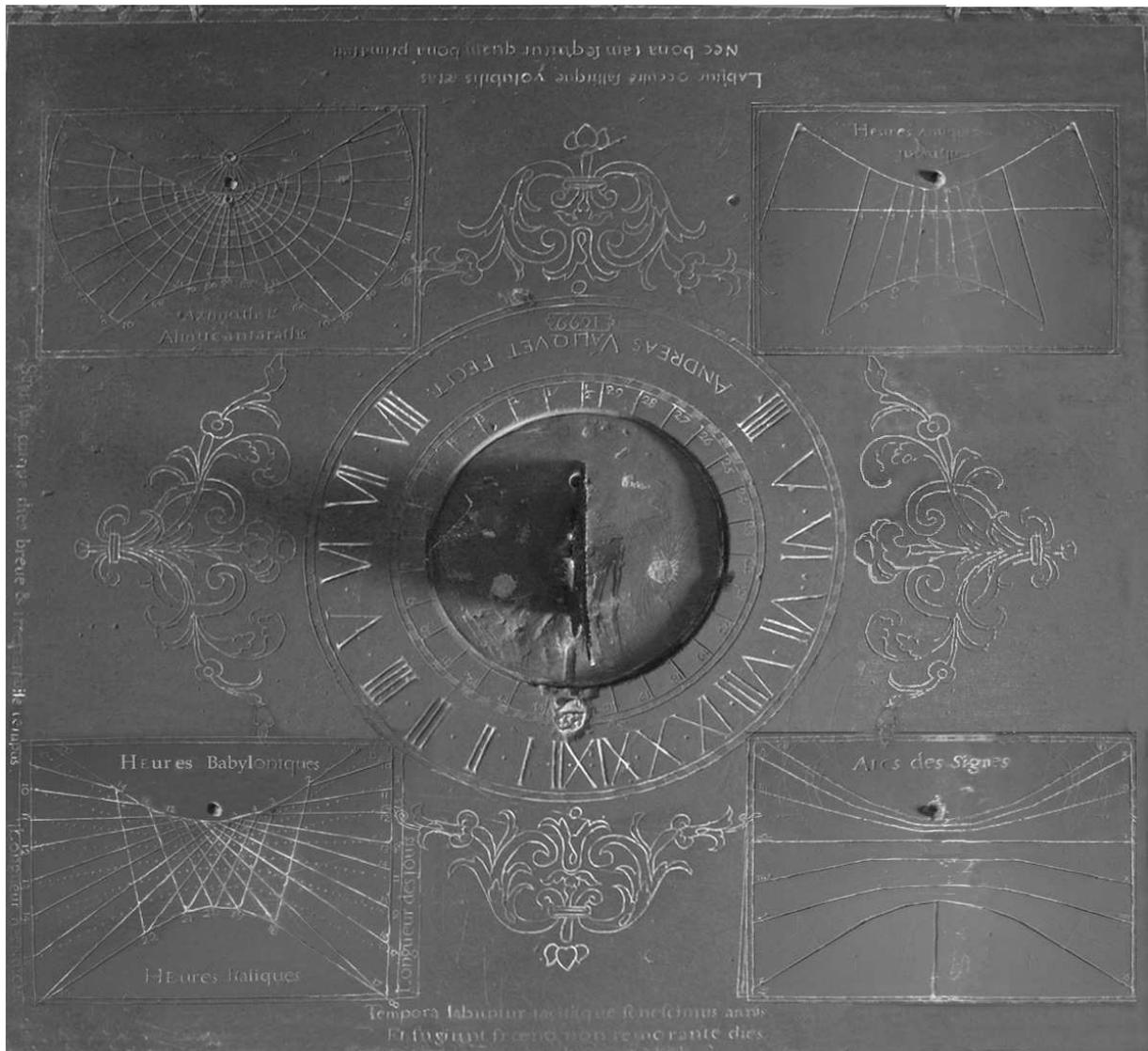
8 – Conclusion

Bien que certaines questions restent dans l'ombre, nous pensons avoir contribué à éclaircir des points restés sans réponse jusqu'à présent, notamment sur :

- La traduction des devises
- Le calcul et la reconstitution de trois cadrans dégradés
- La position curieuse et l'utilisation du style polaire
- La découverte d'un plateau rotatif et de la fixation de la couronne centrale
- La reconstruction et l'utilisation du convertisseur lunaire

En terminant la lecture de cet article, le lecteur doit se douter que la tentation a été forte de reconstruire un cliché de cette de cette table telle qu'elle devait être dans les jardins du presbytère de l'abbé Valiquet .

C'est donc sur cette vue que nous terminerons cette étude.



La table de Saint-Mars-sous-Ballon reconstituée
(sans le disque central de son convertisseur lunaire aujourd'hui disparu et sans la devise de droite)

Remerciements :

- à Michel Lalos pour son aide et les informations qu'il m'a fournies
- à Bernard et Françoise Choplin pour les clichés obtenus sur place
- à Paul Gagnaire pour les traductions latines et ses conseils

ANNEXES

Annexe 1- Durée du jour et heures temporaires (D1 &G3)

H₀ étant l'arc diurne, la durée du jour est donnée par la relation: $2H_0/15$, avec
 $\cos H_0 = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$
 pour la latitude de Saint-Mars (48°,1725), on vérifie le tableau ci-dessous

Date	δ	H ₀	Durée heure temporaire
Solstice d'Hiver	-23,44	61°,02	40'40''
Equinoxe	0	90°	60'
Solstice d'été	+23,44	118°,98	79'18''

Annexe 2 – Calcul des lignes Italiques et Babyloniques (G3)

Les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de l'ombre d'un style droit sont données par: $x = a \sin H / D$ et $y = a (\sin \varphi \cos H - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta) / D$ avec $D = \cos \varphi \cos H + \sin \varphi \operatorname{tg} \delta$
 Pour $\varphi = 48°,1725$, $\delta = -23°,44$ et une hauteur de style droit $a = 15$ mm, on obtient les résultats suivants:

Ligne Babylonique	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
H	-46°	-31°	-16°	-1°	14°	29°	44°	59°	74°	89°	104°	119°	134°	149°
x	-77	-31	-13	1	11	28	66	623	-103	-48	-30	-20	-14	-9
y	86	56	47	45	47	54	79	489	-53	-15	-3	2	4	6

Et pour $\delta = +23°,44$

Ligne Babylonique	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
H	-104°	-89°	-74°	-59°	-44°	-29°	-14°	1°	16°	31°	46°	61°	76°	91°
x	-89	-45	-28	-19	-13	-8	-4	0	4	9	14	20	30	48
y	-43	-12	-2	2	5	6	7	7	7	6	4	2	-3	-15

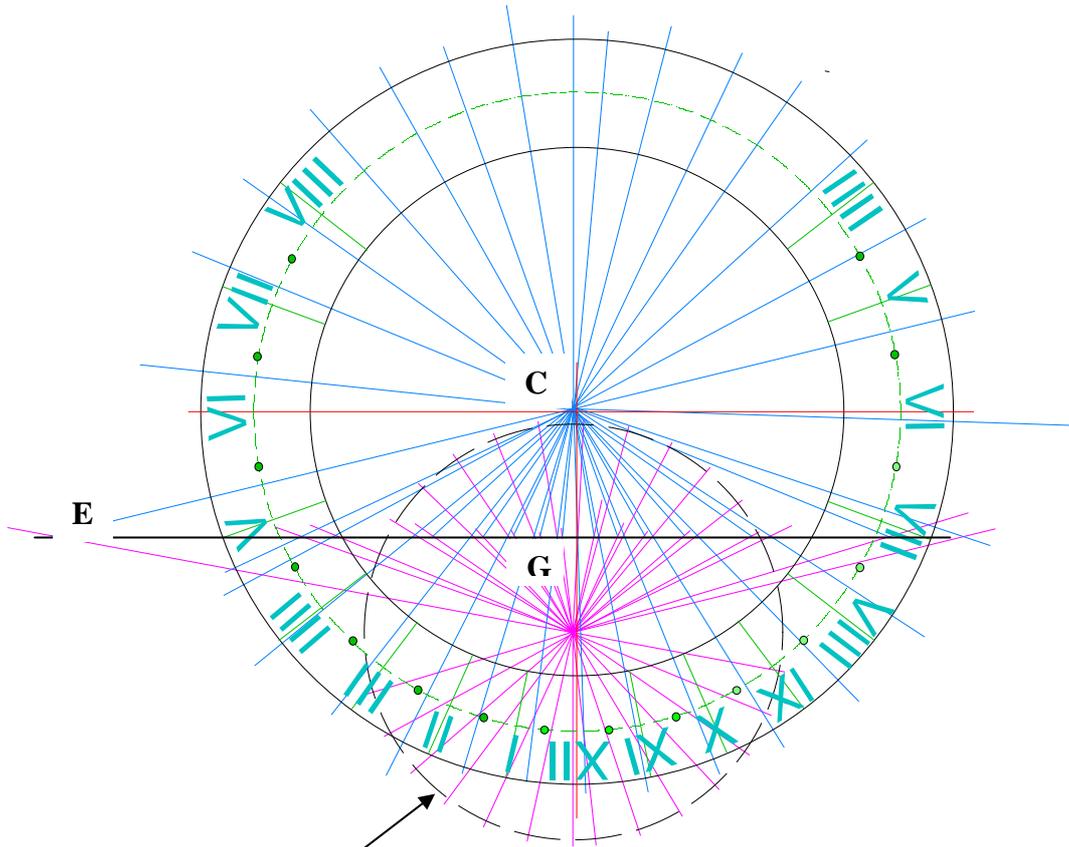
Les lignes italiques s'obtiennent en prenant les symétriques par rapport à la médiane.

Annexe 3 – Tracé géométrique d'un cadran horizontal lunaire (M2)

Pour reconstituer un cadran lunaire hypothétique, nous avons utilisé la même méthode géométrique que les gnomonistes du XVII^{ème} siècle, à savoir:

Par le centre C du cadran on construit le triangle stylaire CSG rectangle en S avec l'angle SCG égal à la latitude du lieu. L'hypoténuse CG étant sur la médiane, S est le sommet du style (en dehors du plan) et G est le centre du cercle diviseur, rabattement du cercle équatorial sur le plan horizontal local.

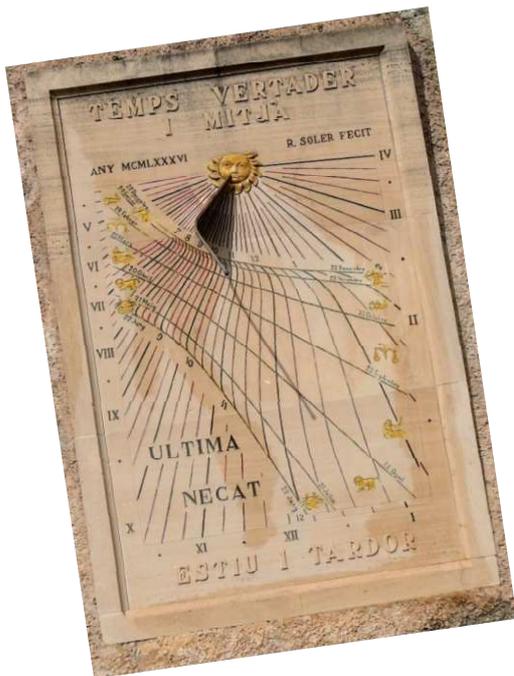
Le cercle équatorial diviseur est ensuite divisé en angles égaux à $360°/29,5$ dont les cotés ou leur prolongements (en mauve) coupent l'équatoriale E (en noir) aux points communs avec les 30 lignes lunaires (en bleu) issues de C .



Cercle équatorial diviseur



Du meilleur au pire par Joseph Theubet



<<A Sant Joan de Majorque (E), on peut admirer deux superbes cadrans solaires semestriels de R. Soler Gaya dont celui-ci représentant notamment les heures moyennes d'été et d'automne.

Il me semble que cette photo résume assez bien les ressources dont est capable un être humain : du génie à l'imbécillité, de l'intelligence à la bêtise, du savoir à l'inculte, de la passion de créer au plaisir de détruire. Ici, la belle ouvrage n'a pas su échapper au vandalisme. Tordre un style qui ne vous a rien fait ...quel acte de courage ! L'homme est ainsi fait ; il faut vivre avec. Pas toujours facile ! >>



Un nouvel éclairage à Arvieux

Par Michel Ugon

Parcourant ce splendide Queyras lors de la semaine organisée par Alain Ferreira en juin-juillet, nous avons admiré notamment l'église Saint Laurent d'Arvieux bâtie au XVIème siècle avec sa toile de 1616 dans le chœur. C'est alors que je fus frappé par la similitude des lieux avec l'église Saint Romain de Molines-en-Queyras dont j'avais pu percer le secret l'an dernier (voir C.I n° 19). En effet, j'avais pu établir qu'à Saint Romain le cadran dissimulé dans une fresque sur la façade sud indiquait l'heure exacte à laquelle le soleil se trouvait à la verticale de la statue du Saint, le jour de sa fête, le 18 novembre.

Par une étrange similitude, l'église d'Arvieux possède aussi un grand cadran sur sa façade Est, jouxtant une haute fenêtre, tandis qu'à l'intérieur, sur le mur Ouest, une statue de Saint Laurent est encadrée dans une niche semblable à celle de Molines, avec ses colonnes latérales et son entourage supérieur sculpté. Désirant en avoir le cœur net, j'ai passé quelques heures à arpenter ce lieu à l'aide d'un mètre, d'un GPS, d'un laser et d'un déclinomètre.



Fig 1: Eglise de Saint Laurent d'Arvieux (Queyras)

Les caractéristiques de cette église d'Arvieux sont les suivantes :

Longitude : 44° 47' 30'' ; Latitude : -6° 43' 54''

Déclinaison gnomonique du cadran (mur Est) : -17°

Nef: longueur : 30 m ; largeur (entre murs): 7,21m ; épaisseur du mur : 1,17 m

Fenêtre jouxtant le cadran : Haut : 8,5 m ; profondeur ; 0,7 m

Position de la niche de la statue de Saint Laurent :

Distance au sol : 2,44 m ; Hauteur : 2,25 m ; Distance de la fenêtre : 8 m

1) Le grand cadran extérieur

Il y a au moins deux cadrans superposés que l'on devinera sur le cliché Fig 2 ci-contre.

Le plus ancien est circulaire et semblable à celui d'Aiguilles (1838). Une photographie prise par Henri Ferrand au début du 20ème siècle, nous montre l'ancien cadran sur la façade de l'église : il avait un peu moins de 2m de diamètre et ne comportait aucun encadrement.

Le plus grand est entouré par une décoration florale à la manière de celui de la maison Fantin-Latour au centre du bourg (daté 1734 et restauré par Rémi Potey). Ce cadran de l'église a été peint par dessus le précédent avec un carré ocre encadrant



l'ancien motif. Ces cadrans très effacés ont été tracés en conservant l'exactitude des lignes horaires. L'examen de la sous-stylaire et du style montre une très légère pliure de ce dernier au niveau de la jambe de soutien, mais la précision est encore très bonne (ici 9 H solaires pour 8H 55'). Par simulation, si l'on repositionne le style correctement sur la sous-stylaire (à 10h26), l'heure indiquée est quasi parfaite. Il ne semble pas qu'il y ait eu des devises sur ces cadrans.

2) l'éclairage de la statue

Le croquis ci-contre montre les trajectoires des rayons solaires issus du haut de la fenêtre sur le mur intérieur Ouest pour différentes dates, ainsi que la position relative de la statue de Saint Laurent par rapport à un éventail horaire calculé sur ce mur.

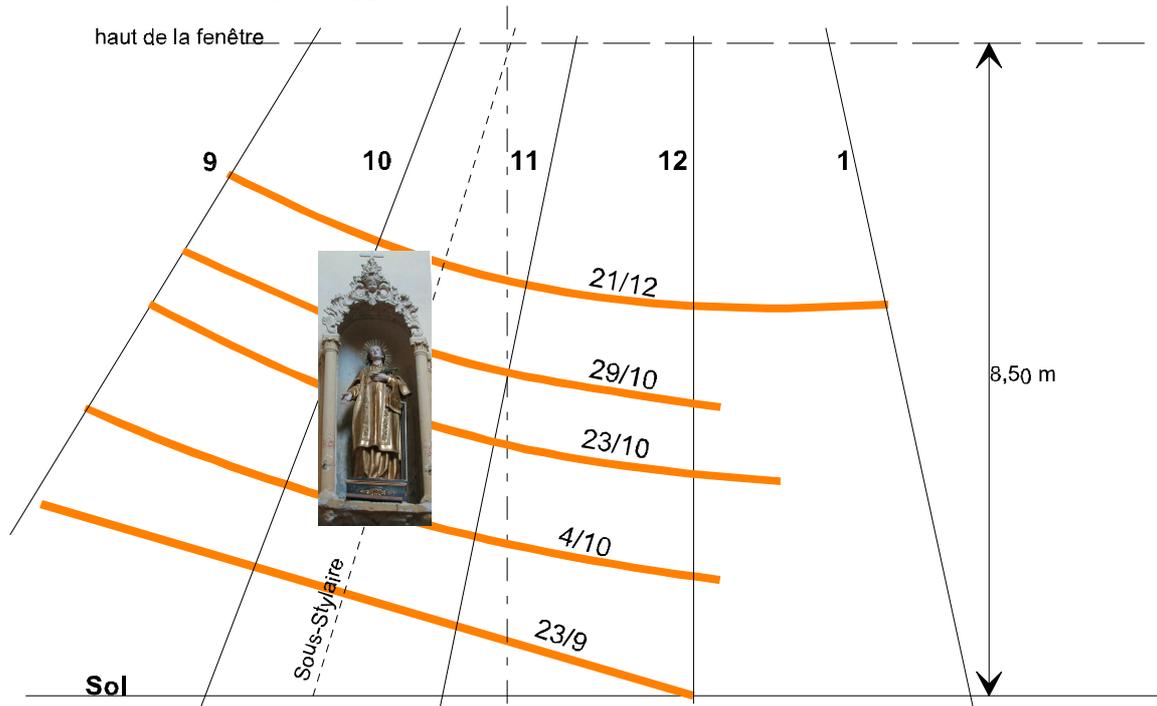


Figure 3 : Trajectoire des rayons solaires sur le mur Ouest

Cette figure permet de faire les remarques suivantes :

- ° Remarque 1 : La statue de Saint Laurent se situe exactement dans le plan sous-stylaire des trajectoires.
- ° Remarque 2 : L'heure de cette sous-stylaire est la même que celle du cadran extérieur
- ° Remarque 3 : La niche ne peut être éclairée le 10 août
- ° Remarque 4 : La niche commence à être éclairée le 4 octobre et la statue est éclairée complètement vers le 29 octobre (déclinaison solaire : $-13^{\circ}30'$). A partir du 12 février on constate le phénomène inverse.

La remarque 3 et la similitude des lieux avec l'église de Molines nous suggère d'examiner ce qui se passe au niveau des bancs situés sous la statue, c'est-à-dire dans un plan horizontal situé à 1,20 m au dessus du sol de la nef.

Ceci est illustré par la figure 4 suivante:

Cette figure 4 nous enseigne que le 10 août, fête de Saint Laurent, seuls les fidèles situés sur le banc proche du mur Est peuvent être éclairés.

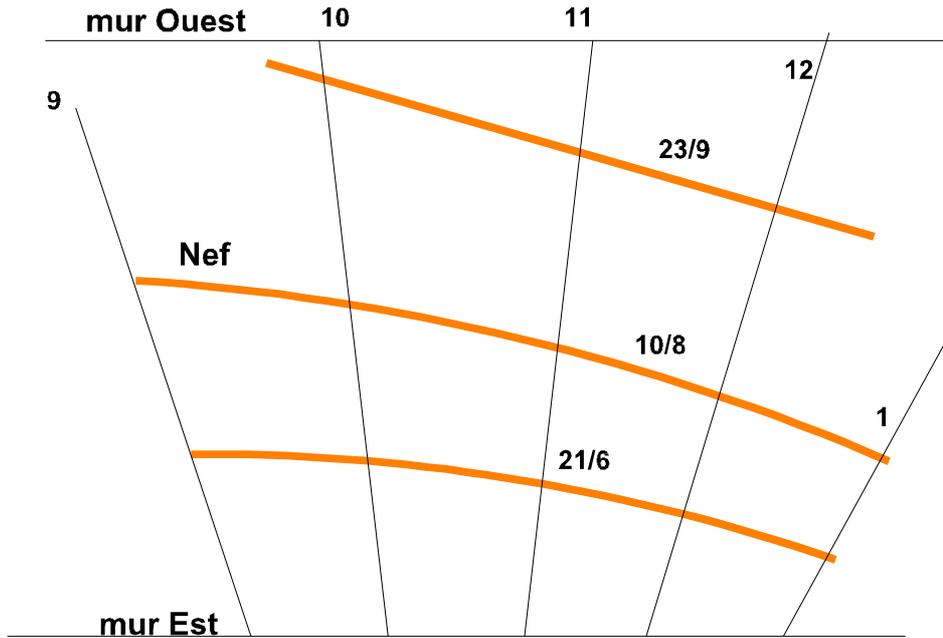


Figure 4 : Trajectoire des rayons solaires sur un plan horizontal à 1,20 m au dessus du sol

Cette situation nous engage à étudier ce qui se passe au niveau du sol de la nef, ainsi que le montre la figure 5.

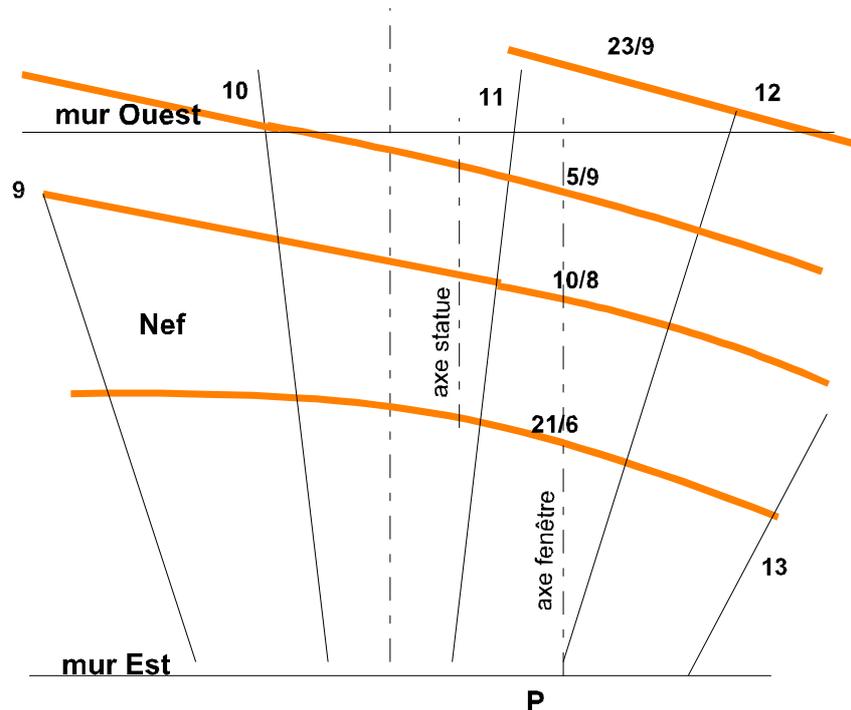


Figure 5 : Trajectoire des rayons solaires sur le sol de la nef

Ceci confirme que le jour de la fête de Saint Laurent, le soleil éclaire une partie des bancs situés à la hauteur de la statue coté Est, ce qui ressemble au phénomène observé à Molines.

Pour analyser cet éclairage, la figure 6 montre une coupe verticale dans le plan oblique joignant la fenêtre à la niche, le 10 août vers 10h50 (heure solaire). (obliquité $\cong 10^\circ$ par rapport à la normale de la nef).

Cette fois, nous visualisons que le jour de la fête de Saint Laurent, la statue serait complètement éclairée si elle se trouvait placée dans l'allée centrale de la nef.

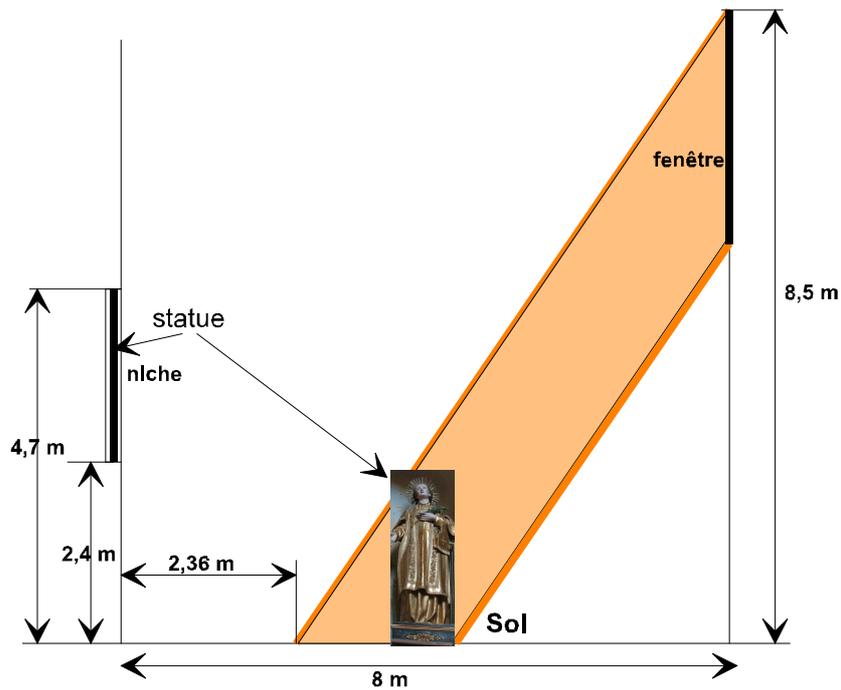


Figure 6 : Coupe verticale des rayons solaires le 10 août

Fort de ces informations, Alain Ferreira est retourné photographier le phénomène. Son cliché reproduit ci-dessous confirme les calculs et montre la statue de Saint Laurent (à gauche) ainsi que la fenêtre et l'éclairage du centre de la nef par le soleil :



Je ne pense pas qu'il puisse s'agir d'une simple coïncidence, mais jusqu'à présent ni le curé d'Arvieux, ni l'archiviste de l'évêché n'ont pu trouver de document appuyant l'hypothèse selon laquelle la statue transiterait au centre de la nef le jour de la Saint Laurent, avant la procession.

*Y avait-il un rite consistant à placer la statue du Saint dans la nef le jour de sa fête ?
C'est un mystère qui reste à éclaircir.*



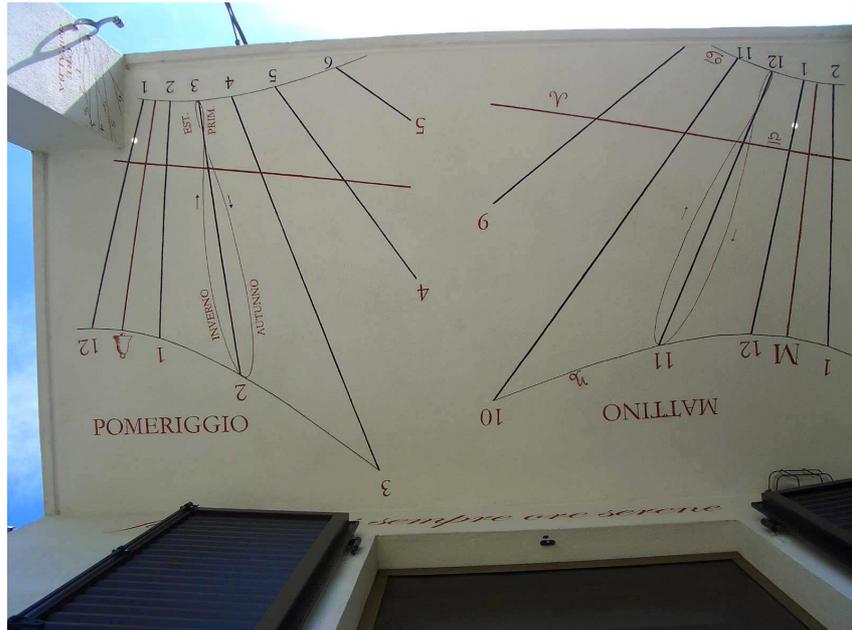


Couples de cadrans à réflexion

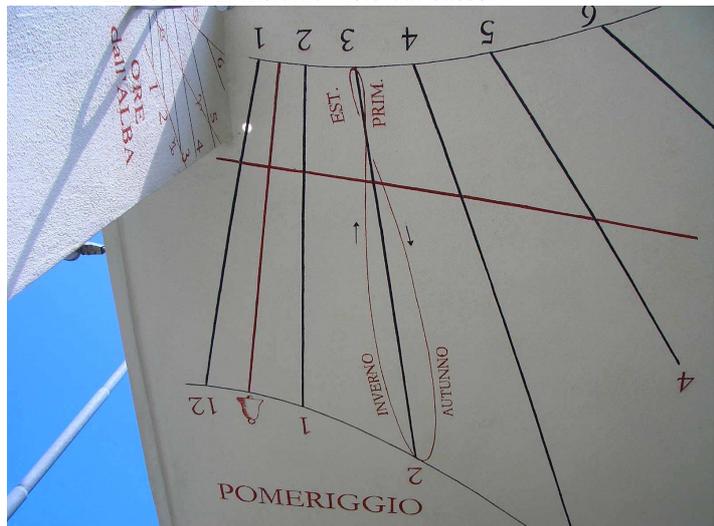
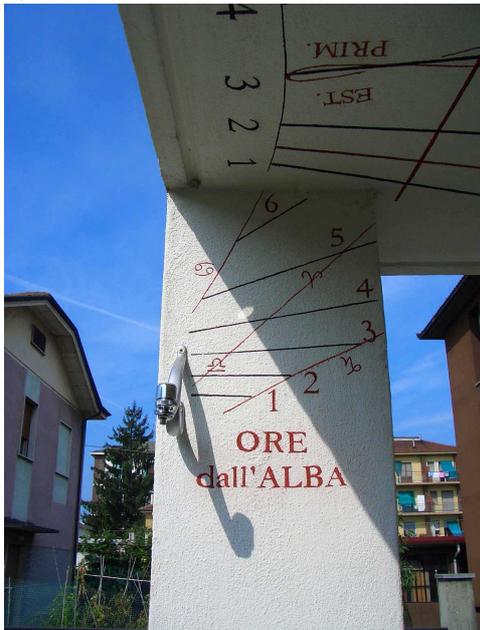
Par Giorgio Mesturini

Il s'agit d'un ensemble de deux couples de cadrans solaires à réflexion (photo 1) que nous nommerons 1A-1B et 2A-2B fonctionnant avec deux miroirs distincts que nous appellerons S1 et S2. Cette réalisation a obtenu le 1er prix "Le Ombre del Tempo".

Le miroir S1 projette la lumière du matin sur le cadran 1A tracé sur le plan vertical d'un pilier tourné vers Est (Photo 2). Ce cadran indique les HEURES passées depuis l'AUBE, autrement dites les Heures Babyloniques. Avec le temps, la lumière du miroir S1 laisse le cadran vertical 1A pour se projeter sur le plafond où se trouve le cadran 1B tracé pour les heures de l'après-midi TVEC (Photo 3).



▲ Foto 1: L'insieme visto dal basso



▲ Foto 3: Il quadrante 1B visto dal basso

◀ Foto 2: Il quadrante 1A visto da lato

Le miroir S2 projette la lumière du matin sur le plafond où se trouve le cadran 2A (Photo 4) qui marque les heures des matins TVEC. La lumière se déplace ensuite pour l'après-midi sur le cadran vertical 2B situé sur la paroi orienté à Ouest (Photo 5) qui marque les HEURES restantes avant le COUCHER DE SOLEIL, autrement dites les Heures Italiques.

Ce complexe gnomonique a été réalisé à Casale Monferrato (AL) par George Mesturini en 2007 avec la collaboration picturale de Renzo Rolando.

Sur tous les cadrans sont représentés les lignes équinoxiales ainsi que les arcs des solstices. Sur les deux cadrans au plafond (1B et 2A), sont tracées les courbes en 8 du Temps Moyen et une double échelle horaire pour les heures d'hiver et celles d'été.

Le méridien local (12h TVL) est marqué par le symbole d'une clochette sur le cadran 1A et avec la lettre M sur le cadran 1B.

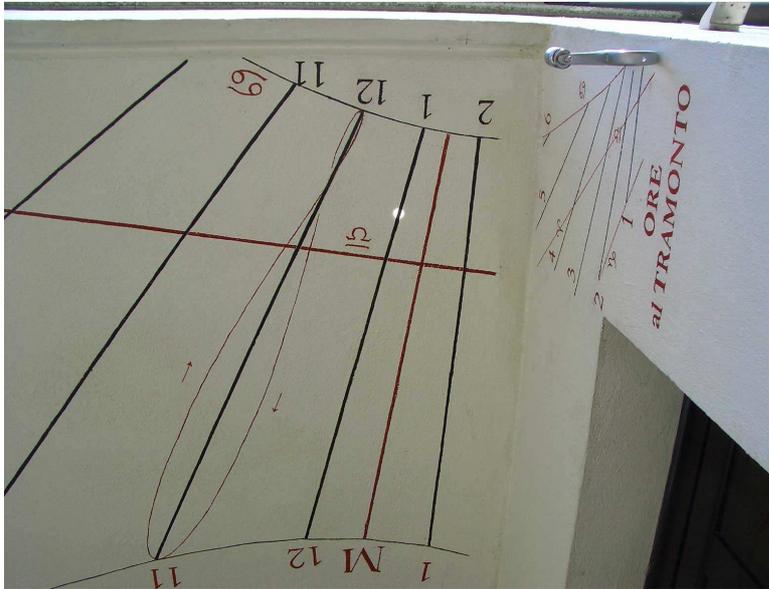


Foto 4: Il quadrante 2A visto dal basso

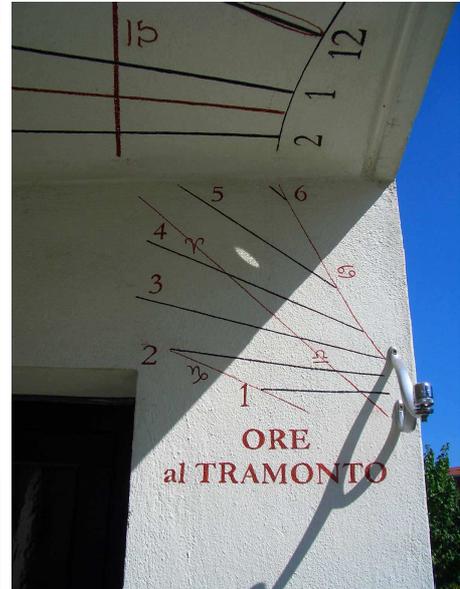


Foto 5: Il quadrante 2A visto da lato

Les miroirs ont été réalisés avec des petits disques de verre d'un diamètre de 20mm montés sur un dispositif orientable avec une sphère, trouvée chez un revendeur de matériel hydraulique. Le tout a été fixé sur un support métallique d'étagère, acheté dans un brico-market.

Dans l'idée de maintenir le plan des miroirs en position horizontale, j'ai calculé les divers cadrans en utilisant les formules classiques pour les cadrans solaires horizontaux. Pour tenir compte de l'inversion des lignes due aux miroirs, j'ai simplement inversé les poncifs pour le traçage sur les murs.

Caractéristiques générales et spécifiques de chaque cadran :

Latitude : 45° 08' à Nord de l'Équateur Longitude : 8° 27' à Est de Greenwich

Devise : "Fait qu'il marque toujours les heures sereines"

Cadran	Cadran 1A (photo 2)	Cadran 1B (photo 3)	Cadran 2A (photo 4)	Cadran 2B (photo 5)
Indications	HEURES depuis l'AUBE	HEURES de L'APRÈS-MIDI TVEC	HEURES du MATIN TVEC	HEURES restantes au COUCHER DE SOLEIL
Déclinaison	80° Est	10° Ouest	10° Ouest	100° Ouest
Inclinaison	0° (vertical)	- 90° (horizontal)	- 90° (horizontal)	0° (vertical)
Ortho-miroir	135 mm	135 mm	385 mm	135 mm
Miroir	20 mm de diamètre			
Incli. miroir	90° (horizontal)			
Remarque	Le miroir (S1) est commun 1A et 1B.		Le miroir (S2) est commun 2A et 2B.	
Dim. cadran	30 x 50 cm	120 x 120 cm	120 x 120 cm	50 x 50 cm





INFORMATIONS DIVERSES



° Les dernières réalisations:

- Didier BENOIT:

• Un cadran en l'honneur de G. le Nautonier à Carneaux (Tarn)

<<2009 a été l'Année Mondiale de l'Astronomie", célébrant le 400ème anniversaire de la première visée astronomique avec une lunette faite par Galilée en 1609. Celui-ci découvrit, les quatre premiers satellites de Jupiter, les cratères et montagnes de la lune et la tache du soleil.

Le département du Tarn possède une place tout à fait exceptionnelle dans cette manifestation grâce à un de ses illustres enfants : **Guillaume le Nautonier**. Né en 1560 à Vèzes (Tarn) dans une famille protestante, et mort à Castel franc (Tarn). Ce personnage pluridisciplinaire étudia la théologie, l'astronomie et les mathématiques à Lausanne. Fin connaisseur du latin, du grec et de l'hébreu il fut réputé bon historien.

Il consacra une grande partie de sa vie à la recherche d'un moyen pour calculer les longitudes. Son ouvrage majeur "Mécométrie de l'aimant", c'est à dire, la manière de mesurer les longitudes sera édité en plusieurs langues. Pour ce faire il n'hésitera pas à installer à Vèzes la première imprimerie du Tarn. Son travail sera récompensé en 1606 par le roi Henri IV qui le nommera : "Géographe ordinaire du Roy". En 1609 une autre récompense de 1200 livres lui fera entreprendre la construction du premier observatoire astronomique de France: L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE CASTELFRANC (Tarn) avec sa célèbre tour carrée.

Bien que sa théorie du magnétisme soit vivement critiquée dès 1611 par Didier Dounot, il n'en reste pas moins qu'il est le précurseur du géomagnétisme mondial. Il faudra attendre l'invention au XVIII^{ème} des chronomètres de précisions (horloge à longitude) pour que le problème des longitudes, objet des méditations des savants durant plusieurs siècles soit définitivement résolu.

Guillaume le Nautonier consacra la fin de sa vie à la rédaction d'un important traité de cosmographie riche de nombreux schémas et cartes du ciel, ainsi que la rédaction d'un Diare sur l'astrologie. Ministre du culte protestant, Guillaume le Nautonier sera Pasteur de Réalmont en 1591.

Le cadran solaire:

Réalisé sur une empreinte d'enduit de marbre blanc et peint avec des peintures minérales. Table de 2.55 m x 1.35 m. Millésime marqué de l'année mondiale de l'astronomie.

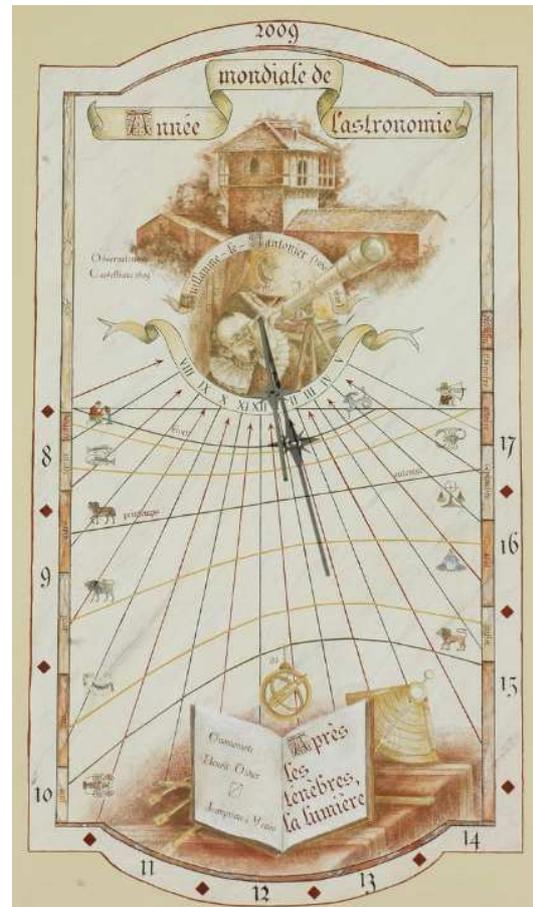
Les lignes mathématiques du cadran comprenant:

- la ligne d'horizon à Carmaux (l'horizontale du lieu)
- la co-latitude de Carmaux (angle style polaire / table du cadran).

- la position de l'équateur (droite équatoriale).
- la direction de l'axe des pôles Nord/Sud, (style polaire)
- l'orientation du mur de la maison par rapport au sud
- le mouvement apparent du soleil tout au long de la journée par le déplacement de l'ombre portée par le style, soit l'heure solaire à Carmaux.

-De plus les courbes diurnes du cadran, déterminent la déclinaison du soleil tout au long de l'année. Ces courbes, avec la droite des équinoxes, permettent de suivre d'une manière visible le mouvement de la terre autour du soleil. :

- les deux courbes extérieures qui délimitent la déclinaison positive et négative maximale du soleil au cours de l'année et qui sont celles figurant sur la surface de la terre à partir de l'équateur les deux tropiques du



37, rue des Saules à Carneaux (Tarn)

cancer et du capricorne. Elles nous donnent pour celle du bas la date du solstice d'été du 21 juin (+23.44°) et pour celle du haut celle du solstice d'hiver du 21 décembre (-23.44°).

- la droite centrale (équatoriale) nous donne les dates de l'équinoxe de printemps du 20 mars (0°) et l'équinoxe d'automne du 23 septembre (0°).

- les six courbes et la droite nous donnent les 7 dates de l'entrée du soleil dans les différents signes du zodiaque. A chaque valeur de la déclinaison montante correspond une valeur égale de la déclinaison décroissante, de sorte que chaque courbe sert pour deux dates (ce qui permet de réduire le nombre de courbes mensuelles à 7. Sur chaque courbe sont peints les deux symboles du zodiaque correspondant, sauf pour les deux extrêmes qui n'en ont qu'un. Ces dates situent les douze mois de l'année. En partant du haut nous avons, avec leur signe distinctif:

Capricorne (21 décembre) - déclinaison du soleil - 23.44° - Solstice d'hiver- Verseau (20 janvier) et Sagittaire (22 novembre) – déclinaison du soleil - 20.15° Poissons (19 février) et Scorpion (23 octobre) – déclinaison du soleil -11.47° Bélier (20 mars) et Balance (23 septembre) – déclinaison du soleil 0° - équinoxes du printemps et d'automne. Taureau (20 avril) et Vierge (23 août) – déclinaison du soleil + 11.47° Gémeaux (21 mai) et Lion (23 juillet) – déclinaison du soleil +20.15° Cancer (21 juin) – déclinaison du soleil + 23.44° - Solstice d'été -

Le dessin:

Sur la table du cadran est représenté en haut l'observatoire astronomique de Castelfranc avec son millésime "1609". Dans le médaillon central une représentation imaginaire de Guillaume le Nautonnier en train de faire une visée astronomique à la lunette (nous ne possédons aucun écrit pour confirmer si le Nautonnier se servait d'une lunette pour ses observations. Mais cela est très certainement le cas. Galilée se servira d'une lunette marine pour entrer dans l'histoire.) Au dessus un phylactère porte son nom, sa date de naissance et celle de sa mort. En partie basse, une devise protestante est portée sur un livre en référence à l'imprimerie de Vènes. Autour, des instruments astronomiques de l'époque, soit une canne de Jacob, un anneau astronomique et un astrolabe- quadrant (quart d'astrolabe).

La devise:

Après les ténèbres, la lumière. Provenance de cette devise protestante "les beaux de Provence", daté 1571. Pour le cadran solaire la devise marque le principe de son fonctionnement à la nuit succède le jour;- Pour le Nautonnier c'est une devise religieuse et philosophique propice à la méditation, -Pour l'année mondiale elle est la charnière entre le monde de l'opposition à l'instruction, à la raison et au progrès voulu par un certain esprit clérical de l'époque et celle du renouveau mathématique porté par une nouvelle vague de mathématicien, astronome et philosophe dont les précurseurs furent, Fine, Copernic, et dont Galilée et le Nautonnier entre autre se sont inspiré. Le nom du Gnomoniste termine cette présentation>>.

- Yves GUYOT:

• Un cadran pour le château de Coursson-Monteloup (Essonnes)

Y. Guyot habitué à exposer lors des "Journées des Plantes" dans le parc du Château de Coursson a réalisé et offert un cadran horizontal aux châtelains.



Le style est en laiton massif en forme de demi-fleur de Lys, rappelant le blason de la famille de Caraman.

Il est scellé au plomb. Celui-ci très malléable permet un calage aisé du style par « matage ».

Le cadran a été calculé pour le château de Courson (longitude : 2° 08' 48" Est ; Latitude : 48° 36' 03" Nord). Il est « horizontal » et sera placé sur un piédestal dans le parc. Il est en pierre non gélive de Saint Maximin (Oise), de dimensions 50 x 50 cm épaisseur 3 cm. Toutes les gravures ont été réalisées à la main, aux ciseaux à pierre, suivant les règles de l'art.

Les heures du matin sont marquées en chiffres romains, celles du soir en chiffres arabes. Les courbes gravées, représentent des événements particuliers de la vie de Patrice et Hélène Fustier, propriétaires du Château. Ainsi l'extrémité de l'ombre de la ½ fleur de Lys parcourra la courbe marquée « P », chaque année, le jour de l'anniversaire de naissance de Patrice. La courbe « H-P » marquera l'anniversaire de mariage d'Hélène et Patrice. La courbe H, marquera l'anniversaire de naissance d'Hélène.

Les armoiries:

° En haut celles du Duc de Padoue (Arrighi de Casanova) :
Écartelé aux 1 et 4, d'argent, à la croix treillissée d'azur. Aux 2 et 3, d'or au sphinx égyptien, portant en barre un étendard turc à trois queues de cheval, le tout de sable, posé sur une base de gueules; au chef de l'écu, des ducs de l'Empire Français, c'est-à-dire de gueules semé d'étoiles d'argent

° En bas, celles des de Caraman.
D'azur à la bande d'or accompagnée en chef d'une demi-fleur de lys florencée d'argent défailante à dextre et côtoyée de trois roses de même en pointe.

La devise est celle des de Caraman : « La pitié réjouit »



- Yves SAGET:

- Dernière réalisations de M. Y. Saget, tailleur de pierre: www.artisan-de-la-pierre.com

Le cadran ci-dessous est situé sur la commune de Bertholène (Aveyron) au lieu dit Anglars: 44° 24' 30,74" N 02° 46' 39,33" E



Le cadran de droite est situé sur la commune de Quins (Aveyron) au lieu dit de "La Combe": 44° 14' 21,34" N 02° 23' 00,73" E.



Le cadran de Rodez ci-après, est situé dans le square Bonnafé à la rencontre du boulevard Belle Isle et de celui de la République. Il est réalisé dans 3 pierres de la région, mais de teinte et de natures géologiques différentes (une lave du Cantal pour le socle, un grès rouge de l'Aveyron pour le fût et un calcaire dure pour le planisphère). Il est constitué de trois cadrans, un oriental, un occidental et une méridienne. L'ensoleillement de la terre est visible en temps réel sur la planisphère dont l'axe sert de style pour la méridienne.



Cadran de Rodez

Le cadran de droite sera installé au printemps prochain sur la commune de Compolibat (Aveyron) au lieu dit Combret : 44°21'23" N 02°11'37" E

Il y en aura bientôt un autre à La Combe de Quins. Il est en cours de réalisation.

° D'autres cadrans:

- Léon GUEIT:

- Monsieur Gueit a offert récemment deux cadrans à la Ferme pédagogique du Parc des Meuniers à Villeneuve le Roi (94).

<<Appuyé par un plan précis que je ne possède plus, l'armillaire a été réalisé sur mesure par un artisan ferronnier d'art de Paray Vieille Poste (94) il y a 43 ans. Je l'ai repeint 3 fois et à chaque déménagement je le prends avec moi ne voulant jamais m'en séparer. La dernière restauration a été cet été 2009. Puis je l'ai offert à La Ferme du Parc des Meuniers de Villeneuve le Roi pour l'exposer dans un espace de météorologie que j'ai créé. Dans celui-ci, il a été monté entre autre, une éolienne qui produit de l'électricité.



Quant au cadran romain, je l'ai acheté il y a quelques années dans un vide grenier. Je l'ai nettoyé et j'ai repeint l'ensemble avec les chiffres et la devise. Je l'ai également offert récemment à la Ferme>>.



- Didier BENOIT:

• Deux canoniaux sur le clocher de Saint Thyrs



<<Voici les deux derniers cadrans canoniaux trouvés dans le Tarn sur l'église Saint Thyrs de Labruguière* (l'abbé Holmière avez mentionné un cadran canonial, en fait, il y en a deux). Ils ne sont pas encore archivés dans l'inventaire.

En quelques mots l'histoire gnomonique très sympathique qui découle d'une simple visite faite au pied du clocher. Cherchant des renseignements sur l'histoire de ces canoniaux, j'ai rencontré des personnes qui découvraient pour la première fois l'utilité, voir la fonction des ces pierres gravées. Par contre elles m'ont toutes parlé des deux cadrans solaires en bois qu'il y avait autrefois sur le clocher de cette église.

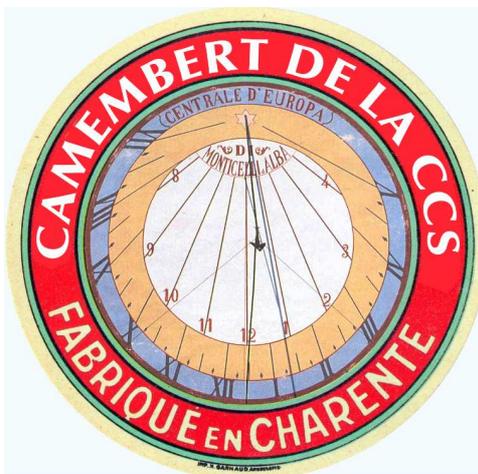
Les traces de leurs existences se voient encore aux pattes de scellements toujours en places, mais surtout sur le vitrail central de la nef qui représente le Saint lui-même (Thyrs) et Saint Thyrs (l'église) avec en gros plan son cadran solaire. Un des cadrans en bois, celui qui était orienté sud ouest, a été récupéré au début du XX^{ème} siècle par une personne pour en faire une pièce de renfort du plafond en bois de la cave de sa maison. Aujourd'hui, le cadran est toujours en place avec sa face gravée et peinte tournée vers les rares visiteurs qui daignent lui rendre visite. J'ai demandé un RV avec le propriétaire. A suivre.



**L'église saint Thyrs de Labruguière a été un prieuré de l'abbaye de Saint -*

Pons de Thomières dès le X^{ème} siècle. Le clocher, fait rare, possède une pierre de fondation scellée dans une chapelle qui nous livre le nom du maître d'œuvre "Me Deta Delaura" qui édifia le clocher entre 1314 et 1322.

° La gnomonique se met à table !



Ce camembert a été "moulé à la louche" par Alain Fortin (créateur de notre site WEB)



La bouteille de vin a été offerte par Dominique Collin

Le tee-shirt "Cadran-Info" a été réalisé par Alain Fortin (sûrement à l'occasion de la fabrication de son fromage).



Faites part de vos réalisations, recherches... à Ph. Sauvageot sauvageotph@wanadoo.fr ou par courrier: 7, rue de Gloriette 91640 VAUGRIGNEUSE



° Gnomonique du Monde

- Sommaires des dernières revues ou bulletins:

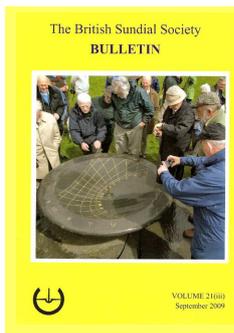


Arbeitsgruppe sonnenuhren im Österreichischen Astronomischen Verein N°38 Décembre 2009 (papier) de la **GNOMONICAE SOCIETAS**

AUSTRIACA GSA

Editorial, Begrüßung, Termine; Die Glassonnenuhr vom Schloß Ambras *K. Schwarzinger*; Sonnenuhren mit islamischer Gebetsanzeige *K. Goller*; Hohlkugelsonnenuhr von H. Schmeisser *Fabian*; Turin und das Piemont - Kunst und Kultur im Bogen der Westalpen *P. Husty*; Zum Nachdenken, *F. Vrabc*; Literatur, Kataloge; Die Teilnehmer an der Sonnenuhrentagung in Friedersbach im Waldviertel in N.O.

•••••

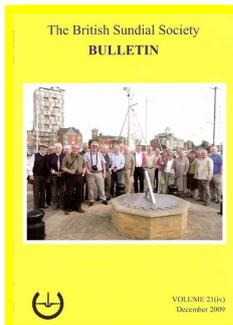


VOLUME 21(iii) - Septembre 2009 (papier) de la **BRITISH SUNDIAL SOCIETY**

A Universal Altitude Dial by John Marke - *Michael Lowne & John Davis* 2; Visit to Bramshill House, 6th June 2009 - *Mike Isaacs* 8; Modern Mass Dials and an Experiment with Time - *Tony Wood* 9; Prehistoric Sundials in Ireland - *Michael J Harley* 10; Postcard Potpourri 10; Rémalard, France - *Peter Ransom* 13; Searching for Lost Time: Finding Sundials in Rutland - *Bryan Waites* 16; New Dial – *JD* 20; der's Letter – *Lowne* 20; The 20th BSS Conference, Grange-over-Sands - *Chris Lusby Taylor* 25. Mystery Inscription 25. A Sundial Hat 21; A Vertical Sundial Indicating the Present Ecliptic Positions of the Constellations - *Ortwin Feustel* 32. Two Manchester Glass Dials - *Roger Bowling* 26; The Prevalence of English Mass (Scratch) Dials c.1650-Part 2 - *Chris H K Williams* 34; The Recently Discovered Irish-Style Dial at Tywyn - *Mike Cowham and Bill Linnard* 36; The BSS Photocompetition 2008-09: The Conference Vote - *Patrick Powers* 38; Minutes of the 20th Annual General Meeting held at the Cumbria Grand Hotel, Grange-over-Sands 40; Book Reviews - *Evans, Davis* 42; A RoUer in a Cottage Garden? - *Rob Alton* 45. Hans Holbein's Design for a Clocksalt – *JD* 42; The Housewife's Trick - *Chris Lusby Taylor* 46.

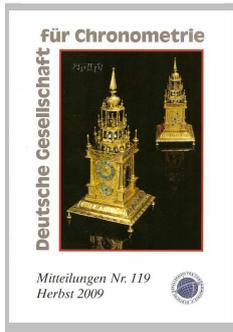
VOLUME 21(iv) - Décembre 2009

The Pantheon as a Timekeeper - *Robert Hannah* 2; Reader's Letter *Karney, C. Davis* 5; William Watson of Seaton Ross (1784-1857) - *Malcolm Young (plus John Foad & John Davis)* 6; Postcard Potpourri 9; The Butter Cross, Witney, Oxfordshire - *Peter Ransom* 14; A Tribute to Robert Hooke - *Allan Mills* 10; BSS Visit to the Royal Greenwich Observatory – *JD* 13; New Dials - *Dmitriev, Barnfield* 14; Dialling from "The



Ladies' Diary" - *Peter Ransom 15*; Collectors' Dials 16 ; The English Scratch and Mass Dial Era: The Evidential Period c.1250 to c.1650 - *Chris H K Williams 17*: The Sun-Dial at Wells College (poem) - *Henry Van Dyke 18* ; Robert Cutbush-a provincial dialmaker - *John Davis 19* ; BSS Newbury Meeting, 26 September 2009 - *John Lester 23* ; A Photographer's Sundial - *Tony Belk 26* ; A Universal Heliochronometer - *Michael Lee 28* ; Sundial Cakes 33 ; A Double Catenary Bifilar Sundial for the Balearic Islands University Campus - *Rafael Soler 34* ; Satellite Dish Sundial - *John Davis 35* ; Prism Dials-a regional variety? - *Tony Wood 36* ; Gnomon Supporters - *Mike Cowham 40* ; BSS East Anglian Safari: 19-25 September 2009 - *Val Cowham, Moss, Marginson, Evans, Isaacs, Carsen 43*.

o o o o o

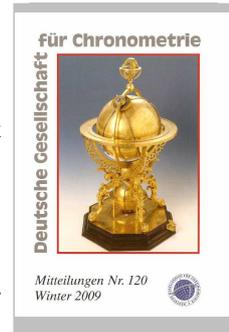


MITTEILUNGEN N° 119 Herbst 2009 (papier) de la DEUTSCHE GESELLSCHAFT für CHRONOMETRIE

Articles concernant les cadrans solaires:
 "Der Schattenwurf der Datums-kugel bei vertikalen Sonnenuren" et
 "Vorbereitung Sonnenuhren-Katalog Deutschland und Schweitz, 2.Auflage".

MITTEILUNGEN N° 120 Winter 2009

Articles concernant les cadrans solaires:
 Von Säulen und Sonnenuhren; Kegel-Sonnenuhr; Die "Metamorphose" der Kugelschatten



o o o o o



GNOMONICA ITALIANA N° 18 Juillet 2009 (papier) de la COODINAMENTO GNOMONICO ITALIANO - CGI

- Antiche immagini, Paolo Albéri Auber - Rassegna Stampa, Alessandro Gunella - Meridiane Ottomane GianniFerrari - Recensioni, Gianni Ferrari - Risorse bibliografiche, Gianni Ferrari - Congressi gnomonici, Riccardo Anselmi - Un orologio d'altezza universale: evoluzione dell'orologio del pastore, Filbio Savian - Eventi, Fabio Garnero - Un'antica formula approssimata usata per più di mille anni (seconda parte) Gianni Ferrari - Restauri, Mario Arnaldi - Il quadrante degli Ascendenti nella letteratura gnomonica deI 5-'600 Alessandro Gunella - I Quiz, Alberto Nicelli - Nihil novi sub sole, Gianni Ferrari - Ein Mosaik: ein Auge und eine Sonnenuhr (Un mosaico: un occhio ed un orologio solare) Karlheinz Sehaldah - XVI Seminario di Gnomonica, Enrico Del Favero



GNOMONICA ITALIANA N° 19 Novembre 2009

La Regola medievale di Erfurt in un codice appartenuto a Fra' Giocondo di Verona Mario Arnaldi; Apianus e la soluzione grafica dei triangoli sferici Alessandro Gunella ; Rassegna Stampa, Alessandro Gunella; Recensioni, Gianni Ferrari; il nuovo orologio solare bifilare «doble catenaria» di Rafael Soler Gayà, Riccardo Anselmi; Eventi, Fabio Garnero; la Linea Meridiana dell' 'Edifizio di Borsa' a Trieste. Alcune peculiarità gnomoniche e calendariali, Paolo Albéri Auber; Un orologio solare sul Palazzo Ducale di Modena, Gianni Ferrari; La Meridiana di Saint-Saulge, Gian Paolo Costa; Spunti per la didattica, Maria Luisa Tuscano; Itinerari gnomonici, Pier Giuseppe Lovotti; E questa l'origine del metodo Zarbula? Alessandro Gunella; Una bus sola solarederivata dall'orologio deI pastore, Fabio Savian; Quiz, Alberto Nicelli; La deviazione della linea meridiana di S.M. degli Angeli a RoMario Catamo

o o o o o



LE GNOMONISTE Volume XVI- 3 Septembre 2009 (A télécharger sur le site: http://cadrans_solaires.scg.ulaval.ca/) de la COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC

Liminaire (L: XVI, 3) par André E. Bouchard 2; Les Amérindiens et la mesure du temps ar Mélanie Desmeules 4; Correspondance 7; A la recherche d'un beau cadran solaire de type onumental dans le répertoire mondial par André E. Bouchard 14; Un solstice sans pareil en 2009! par Geneviève Massé 22; Rencontre annuelle en octobre 26.



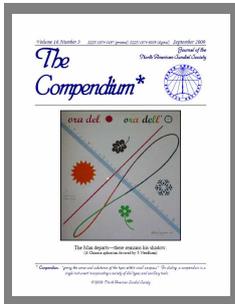
LE GNOMONISTE Volume XVI- 4 Décembre 2009

Liminaire (L:XVI-4) par André E. Bouchard 2; Les marqueurs du midi en Perse par Reinhold R. Kriegler 4; Correspondance 8; Quelques nouvelles de l'été et de l'automne par la CCSQ 10; Les jardins célestes par Maurice Fallu-Landry 12; La 16e rencontre annuelle de la CCSQ par Mélanie Desmeules 14; Une immersion en gnomonique parisienne par André E. Bouchard 17; Une publication au service du patrimoine 22.



LE GNOMONISTE Volume XVII- 4 Décembre 2009

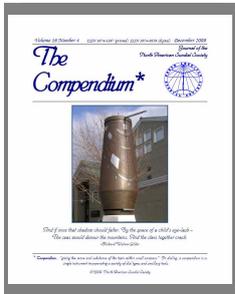
Liminaire (L: XVII-1) par André E. Bouchard 2; Les codes invisibles d'un cadran analemmatique par André E. Bouchard 4; Correspondance par les amateurs 13; Le cadran Turnbull de Corpus Christi et ses doubles par André E. Bouchard 17; Un colloque à Florence en Italie par Sara J. Schechner 22; Des lectures pendant des vacances de fêtes, Poésies gnomoniques par Mélanie Desmeules 23; Les revues: La Busca de Paper, The Compendium, Scaphè



"THE COMPENDIUM vol 16-3 Septembre 2009" (sur CD) de la **NORH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

Sundials for Starters – Henge Craze Robert L. Kellogg 1; Searching For The Fairfax Sundial Robert L. Kellogg 4; Hours To Sunset Dials Mac Oglesby 6; Quiz: A Tipped Dial Enigma Fred Sawyer 7; Quiz Answered: Mr. Williams' Shaded Plot Fred Sawyer 7; The Old Sun Clock Denton J. Snider (1918) 8; A Possible Origin Of The Zarbula Method Alessandro Gunella 9; An Interactive Reflection; Heliochronometer Silvio Magnani 13; Another Way Of Reflex Dialling Immanuel Halton (1650) 19; Babylonian Hours And (Reversed Italian Hours) Herbert O. Ramp 21; Digital Bonus

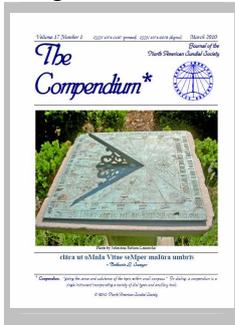
23; Temporal, Babylonian And Antique Italian Hourlines Ortwin Feustel 24; The Historic Fort Pitt Sundial Kelly Linn / Larry McDavid 33; Sightings: Rededication Of The Highland Park Sundial James Holland 34; A Note On The Cross Stylus Alessandro Gunella 35; Differential Dialing Scales Fred Sawyer 36; The Tove's Nest 39.



"THE COMPENDIUM vol 16-4 Décembre 2009"

Sundials for Starters – Gnomons Robert L. Kellogg 1; An Approximate Formula For The Equation Of Time C. Julian Chen 4; Sundials On Cylinders Helmut Sonderegger 7; Andreas Schöner's Stereographic Sundial Design Sawyer, Schilke, Severino 15; Quiz Answer: A Tipped Dial Enigma Fred Sawyer 19; The Equation Of Time – Early Days Kevin Karney 23; An Affordable Equation Of Time Watch Fred Sawyer 30; Quiz: Hare's Reclining Decliner Fred Sawyer 31; Digital Bonus 32; The Sun-Dial (poem) Richard Watson Gilder 32; On A Sundial (poem) Richard Wilton 32; Geosetting In East Anglia Fred Sawyer 33; Declination Lines In The Northern Polar

Regions Ortwin Feustel 35; The Tove's Nest 40.



"THE COMPENDIUM vol 17-1 Mars 2010"

Sundials for Starters – Faux Dials Robert L. Kellogg 1; More Than A Sundial... Jessica S. Warren 5; Quiz Answer: Hare's Reclining Decliner Fred Sawyer 6; Quiz: Ashton's Comeuppance Fred Sawyer 7; Analemmatic Sundials With Fixed Styles Michel Vercasson 8; Sundials On Plane Surfaces Herb O. Ramp 12; Digital Bonuses 21; Sunrise And Sunset Hours For Analemmatic Sundials Bernard Rouxel 22; Methods And Tools For Sundial Siting Gianpiero Casalegno 24; A Calculator To Determine The Length Of Day & Night Alessandro Gunella 30; The Marean-Kielhorn Director Sasch Stephens 36; To A New Sundial (Poem) Violet Fane 37; Horizontal And Vertical Polestyle Hours To Sunset Dials Mac Oglesby 38; The Tove's Nest 40





SCAPHE N° 2 été 2009 (sur papier) du CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL

Editorial; Relojes canòncics con numeraciòn (3e partie) ; El rellotge de sol dei pantà de Rialb ; Relloctges de sol en el Modernisme Català; La filatelia y la gnomonica-IV; Cromlech de Mas Baleta III ; Londres: Patrimoni Gnomèlnic ; Recorregut per la poblaci6 de St.Julià de Vilatorra ; Catàleg de rellotges de sol de Menorca ; Agenda Resum d'activitats; Incorporacions al catàleg dei CMRS
Avec un cadran solaire cylindrique à découper (latitude 40°N)

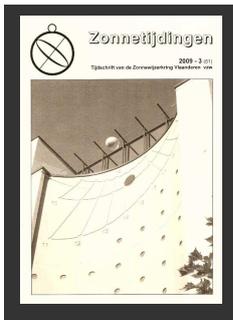
o o o o o



La BUSCA de PAPER N° 64 automne-hiver 2009 (CD et papier) de la SOCIETAT CATALAN DE GNOMONICA

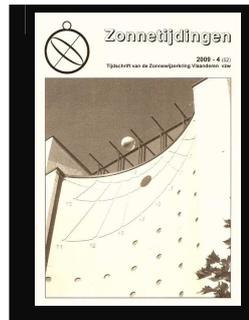
Editorial 3; Correus dels Socis 4 ; Marcadors de migdia, per R. Kriegler 5 ; Calculadora del meridià solar local, per Joan Vazquez Fernandez 9 ; Per a navegants 11 ; D'interès 12 ; Una cronologia de la cronometria (III), per E. Farré 13 ; Benvingudes les col laboracions. Una guia 16 ; Solstici 17 ; Ressenyes 18 ; Equacio del temps i analemes (III), per J. M. Casals 20 ; Itinerari per diverses poblacions de la Cerdanya 23 ; D'interès 25; Textos en cas tellano 26 ; 20 Anys de la Busca de Paper 31

o o o o o



"ZONNETIJDINGEN" bulletin 2009 -3 (51) (papier) de l'association flamande "ZONNEWIJZERKRING VLAANDEREN".

Voorwoord 3; Zonnewijzerprovincie Limburg 4; De stelling van Lambert nogmaals bewezen 8; Het zonnewijzerontwerp van het Prinsenhof in Groningen (deel 2) 12 ; Duitse wijngaard-zonnewijzers 15; Monumentale hedendaagse zonnewijzer in Shanghai 17; Kringleven 18.



"ZONNETIJDINGEN" bulletin 2009 - 4 (52)

Voorwoord 3; De middaglijn van Wendelen 4 ; Landhuis-zonnewijzer gerestaureerd 7; De zonnewijzers van de abdij van Rolduc 8 ; Zonsopgang en de stichting van Oude Jan in Velp ; Kringleven 15.

o o o o o

 Toutes les revues publiées sur papier sont scannées. Les articles qui vous intéressent peuvent vous être adressés au même titre que ceux sur support numérique.

Pour se procurer des articles, s'adresser à Ph. Sauvageot.

- ° Si vous avez une adresse mail et l'ADSL, les dossiers peuvent vous être envoyés gratuitement par courriel. Pour un nombre de pages important l'envoi se fera sur CD (prix d'un CD vierge + frais d'expédition).
- ° Si vous n'êtes pas informatisé, une photocopie peut être réalisée. Prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant poids.

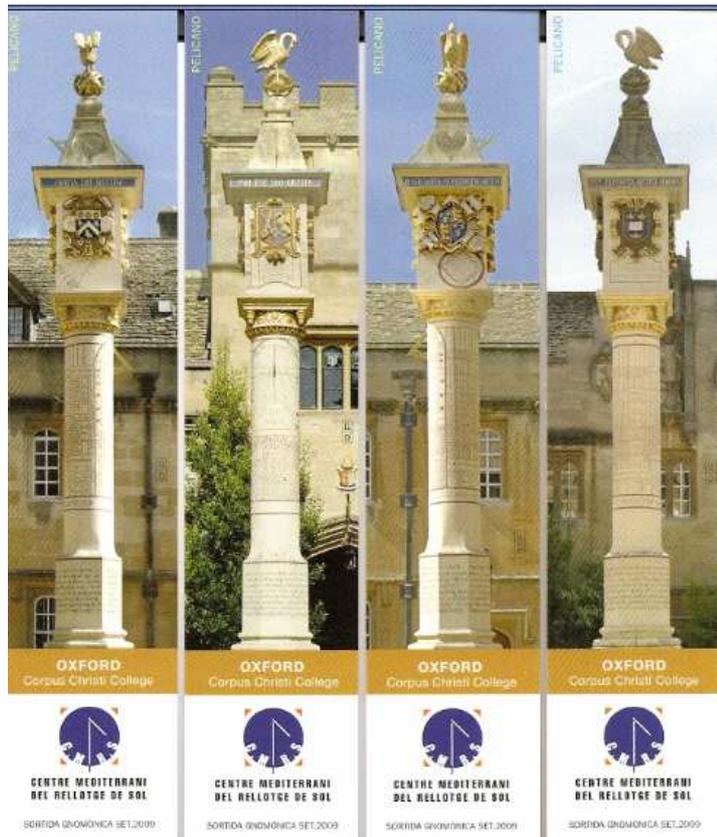
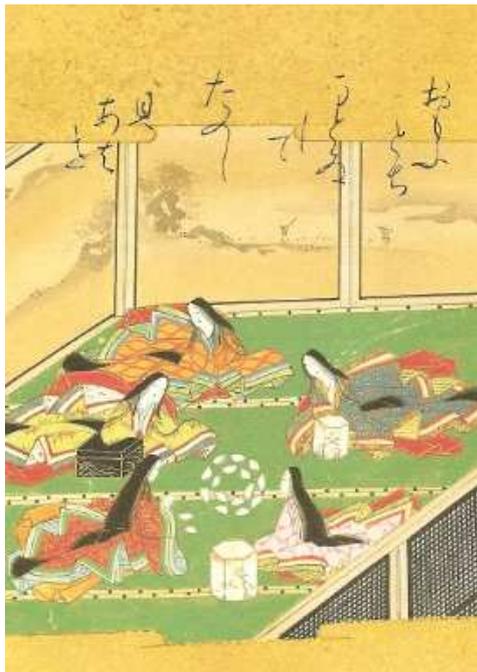
- Informations des sociétés gnomoniques:

Sur la page suivante vous découvrirez de la part de:

- ° **Helmut Sonderegger (GSA):** Nouvelle méridienne installée en face de la cathédrale de sa ville de Feldkirch en Autriche. Elle a été inaugurée le jour du solstice de l'hiver 2009.

- ° **Yukio Ono (JSS):** Une carte postale contenant les meilleurs souhaits pour notre commission

° **CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL:** la reproduction de marque-pages représentant les 4 faces du cadran solaire "Tumbull Dial, construit par Charles Tumbull en 1580. Ce cadran solaire est le symbol du "Corpus Christi College à Oxford. La colonne, surmontée par un tronc pyramidal est couronnée d'un pélican.



 Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire paraître des informations dans cette rubrique.

This heading is open at every gnomonic society



° Autres informations

- Solidarité

Monsieur **FRANCILLON Jean** qui avait rejoint notre commission en début d'année 2009, est décédé quelques mois plus tard. Madame Danielle Francillon nous a adressé un courrier pour nous annoncer cette triste nouvelle et nous faire part de son souhait de réaliser le cadran que son mari avait ébauché.

C'est ainsi qu'un appel a été lancé par courriel afin de trouver une personne susceptible d'apporter l'aide nécessaire. L'appel a été entendu et voici les remerciements reçus:

<<J'ai eu des propositions d'aide des quatre coins de France grâce à vous et je vous en remercie. Je dois re-contacter "Pierres de Rosette" : Virginie Moruzzi & Emmanuel Six, qui habitent dans mon département.

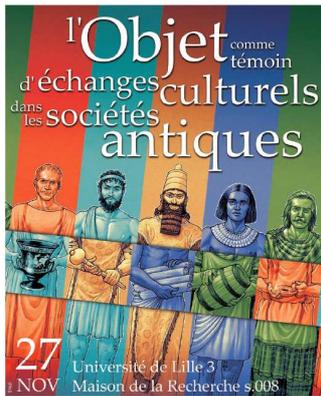
J'ai été très touchée par l'élan de solidarité de la "confrérie" des astronomes amateurs de votre association: mon mari a eu bien raison de rejoindre votre association !

Merci encore de votre soutien.

Cordialement

Danielle Francillon

- **Compte rendu de deux manifestations sur des cadrans solaires antiques** par **J. BONNIN**



<<Les 26 et 27 novembre 2009, à l'université Lille 3 Charles-De-Gaulle, eurent lieu deux manifestations traitant des instruments de mesure du temps à l'époque romaine (réf annonce par info-mail N° XX)

La première manifestation, à l'initiative du centre de recherche Halma-Ipel, s'est déroulée le 26 novembre. Intitulée « Vrais et faux cadrans solaires en Gaule Belgique », elle comprenait deux communications. L'une par M. Binet et Mme Hoët Van Cauwenberghe sur « Un cadran solaire sur os à Amiens (Samarobriva) », présentant une découverte archéologique récente d'importance autant d'un point de vue archéologique que gnomonique. Etait présentée pour la seconde fois un cadran portatif cylindrique d'époque romaine, ainsi que des informations sur les cadrans portatifs en général.

La seconde communication par M. Bonnin, intitulée « Cadrans solaires ou instruments indéterminés, réflexion autour de deux objets inédits conservés à Bavay » présentait deux objets trop rapidement catalogués comme cadrans solaires, alors qu'ils n'en présentent aucune caractéristique. Une comparaison avec des objets antiques similaires en a prouvé la spécificité mais ne permet pas, dans l'état actuel de la recherche, d'en définir l'usage.

La deuxième manifestation s'est déroulée le 27 novembre, dans le cadre d'une journée d'étude organisée par quatre doctorants de Lille 3 sur le thème de « L'objet comme témoin d'échanges culturels dans l'antiquité ». J. Bonnin, doctorant en archéologie romaine sur le thème des *Horologia Romana*, a présenté une communication sur les « Horloges solaires et hydrauliques en *Britannia*, réalité archéologique de l'apport romain et continuité anglo-saxonne, état de la question ». La spécificité de la Grande-Bretagne en matière de cadrans solaires romains retrouvés « in situ » a été abordée, en soulignant la concentration de découvertes sur les sites militaires et l'absence de découverte sur les sites publics et cités d'importances. Le problème de l'apparition soudaine des cadrans Saxons à la fin du 6ème siècle de notre ère a également été soulevé, plusieurs hypothèses dont celle d'échanges avec des communautés monastiques venues d'Orient étant proposées pour expliquer cette diffusion>>.

- **Résultats du concours "Shadows of Time", "Le Ombre del Tempo"**

Le concours international "Shadows of Time" destiné aux réalisateurs de cadrans solaires est organisé par le centre d'étude et de recherches de Serafino Zani et l'union des amateurs d'astronomie de Brescia. Le comité du 11ème concours a décidé la distribution suivante des prix :

- 1) **Giorgio Mesturini**, Casale Monferrato (Alessandria, Italie) Voir article dans ce n°.
- 2) Lorenzo Lopez Asencio, (Murcia, Espagne).
- 3) **Jean Pakhomoff** (Marseille, France) et **Joël Robic** (Bruz, France).

Le comité a souhaité donner une nomination spéciale à : Roberto Grossa (S.Maria di Sala, Venezia, Italie), Gabriele Loi (Sestu, Cagliari, Italie), **Juan Marin** (Le Mesnil Guillaume, France), Mario Rossero (Villarfocchiardo, Torino, Italie)

Parmi les professionnels le comité retient le travail de **Yves Opizzo** (Haigerloch, Allemagne) et de Viasta Samohrdova (Zehun, République Tchèque). Le comité veut signaler également Silas Higgon (Strefford, Grande Bretagne).

La remise des prix se fera au chateau de Brescia le 21 mars 2010 (date à confirmer). Comme on peut le constater ce sont donc **5 membres de la commission des cadrans solaires** (noms en gras) qui sont nominés. **Nous leurs adressons tous nos compléments.**

Attention: La date limite pour le 12ème concours est fixée au 30 juin 2012. Envoyer tous les documents requis à : Centro Studi e Ricerche Serafino Zani, Via Bosca 24, 25066 Lumezzane (Brescia) tél. 30 87 21 64 - fax 30 87 25 45, osservatorio@serafinozani.it, www.astrofili Bresciani.it

- Quelle erreur? Par D. SAVOIE

Réponse à une question souvent posée: Une erreur de 1° sur la mesure de l'orientation d'un mur correspond-t-elle toujours à une erreur de 4 minutes de temps à la lecture de l'heure?



L'erreur de temps impliquée par l'erreur de 1° dans la mesure de l'orientation d'un mur dépend de la latitude, de la date et de l'heure ! Il est à noter que les plus grandes erreurs ont toujours lieu au solstice d'hiver.

Par exemple à une latitude de 41°, l'erreur au solstice d'été atteint 1 m 58 s (disons 2 minutes) à 16 h solaire ($H = + 60^\circ$) et 1 m 18 s à midi solaire ($H = 0^\circ$). Par contre au solstice d'hiver, l'erreur atteint 3 m 56 s à midi solaire et 3 m 10 s vers 16 h solaire. Aux équinoxes, l'erreur est pratiquement constante toute la journée et atteint 2 m 36 s.

Plus la latitude est élevée, plus l'erreur augmente : pour Paris (latitude 49°) au solstice d'hiver, l'erreur atteint en hiver 4 m 09 s vers midi solaire et 3 m 36 s vers 16 h solaire. Au solstice d'été, l'erreur est maximale pour 16 h 30 m et atteint 2 m 34 s.

Si je résume pour quelques latitudes au solstice d'hiver où l'erreur est maximale : équateur : erreur = 1 m 44 s; latitude 10° : erreur = 2 m 24 s; latitude 30° : erreur = 3 m 30 s; latitude 50° : erreur = 4 m 10 s; latitude 60° : erreur = 4 m 20 s.

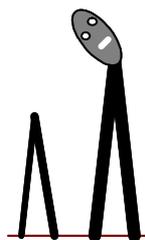
Voilà pourquoi dans mon livre "La Gnomonique"* je précise bien que 1° d'erreur entraîne au maximum 4 minutes d'erreur sous nos latitudes. Remarque amusante : à l'équateur aux équinoxes, l'erreur est quasi nulle toute la journée.

** Tout ce qui concerne les défauts d'orientation est traité au chapitre XXIV.*

- Hauteur limitée? Par D. SAVOIE

Réponse à une question de Christian TESSIER qui a lu dans le livre de René R.J.Rohr "Les cadrans solaires histoire, théorie, pratique page 13 (Editions Oberlins strasbourg-1986) que :

<< vers 500 avant JC, une ordonnance a prescrit sous peine de sanctions sévères, que tous les gnomons auraient en Chine une hauteur uniforme >>.



L'histoire de limitation de la hauteur des gnomons chinois avec amende se trouve racontée dans l'ouvrage de Rohr sur les cadrans solaires, histoire qu'il faut prendre avec beaucoup de précautions.

On sait par contre par l'astronome Biot et ses "Recherches sur l'astronomie indienne et chinoise", Paris, 1862, p. 308 et al., que très tôt on a défini en Chine une hauteur conventionnelle des gnomons liés en partie à des raisons que l'on peut qualifier de "numérologiques" et pratiques. Numérologique dans le sens où les chiffres 3, 4 et 5 ont un lien pythagoricien : dans un triangle rectangle, si 4 est la hauteur et 3 la base, 5 est l'hypoténuse ($4^2 + 3^2 = 25$).

On aurait dans un premier temps pris un gnomon de 4 pieds mais son ombre au solstice d'été étant trop courte, on a multiplié par 2 toutes les valeurs, d'où le gnomon de 8 pieds que l'on trouve mentionné

dans des textes chinois. Sur toutes ces questions, voir l'article du célèbre sinologue français H. Maspéro, Les instruments astronomiques chinois du temps des Han, Mélanges chinois et bouddhiques, Bruxelles, 1939, p. 183-370. Réponse à compléter.

- Francis REYMANN:

• Une horloge levers-couchers.



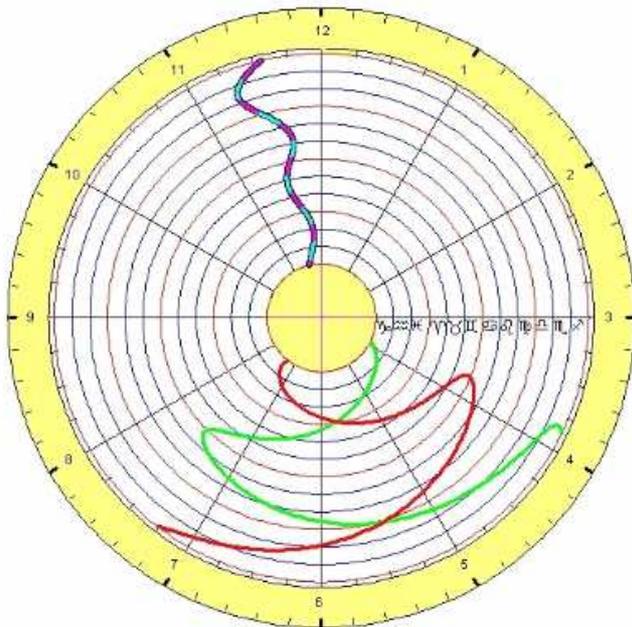
<<Les cadrans d'horloge comportent en principe une énorme place libre entre les repères d'heures et de minutes. Pourquoi ne pas utiliser cette place pour y mettre des cercles concentriques, chaque cercle représentant une date. Tout évènement horaire caractéristique de la date peut y être gravé de telle sorte que l'aiguille des heures passe sur le repère du cercle au moment de l'évènement, en "temps réel" donc.

En gnomoniste, j'ai pensé repérer le lever du soleil, le passage au méridien du lieu et le coucher du soleil. Bien sûr par le fait que l'aiguille fait 2 tours en 24 heures, il peut y avoir confusion entre 21 heures et 9 heures mais les habitants d'un lieu connaissent suffisamment les phénomènes pour ne pas se tromper. Bien sûr aussi, on aura pris la précaution de rallonger l'aiguille des heures pour balayer des secteurs avec un rayon le plus grand possible.

Finalement on se posera la question: Un cadran par an; 2 cadrans par an (soleil montant, soleil descendant par exemple), un cadran par saison ou un cadran par mois.

Pour ma part, je trouve qu'un cadran par mois, c'est pas mal parce qu'il y a de la place pour une trentaine de cercles concentriques.

Le changement des cadrans doit être étudié avec soin. Prévoir la fente d'engagement derrière les aiguilles dans des zones pauvres en informations.



Phi 46.17, Lg -6.12, Genève, Dg +00, Z 90, Typ. 2400, Cadran d'horloge.

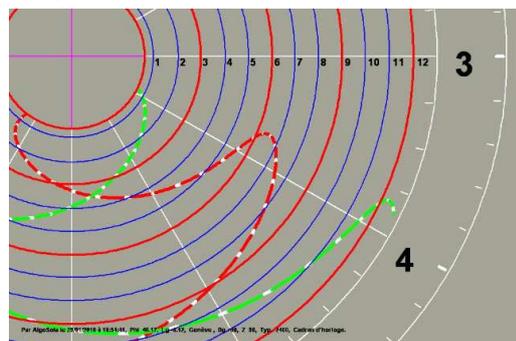
C'est donc à partir de ces considérations qu'est née une horloge permettant d'indiquer les heures de levers et de couchers du soleil. Pierre Joseph Dallet a immédiatement introduit dans son logiciel AlgoSola la possibilité de tracer cette "horloge".

Ci-dessus un "cadran de réveil" donnant les heures de couchers et de levers du soleil, ainsi que l'équation du temps. Découpage par calendrier zodiacal. Ci-contre détail des courbes avec points pour les 1er, 11 et 21 du mois. Découpage en mois.

Perfectionnement.

Pour avoir plus de précision, pourquoi ne pas ajouter sur le cercle de date le moment du passage de l'aiguille des minutes. C'est ce que j'ai fait. Pour ne pas confondre la marque du passage de l'aiguille des heures et de celle des minutes, j'ai relié les points "heures" en courbes et laissé les points minutes en points. Ainsi le repère heures donnera peut-être un peu plus que la demi-heure, le repère minute calera l'instant dans l'heure, par exemple 32!

Voilà, j'ai précisé ce que j'ai fait dans cette optique jusqu'à présent. La partie "industrialisation" même sommaire reste à faire et c'est une des raisons pour laquelle je n'en avais pas trop parlé encore. Il me semble que cette idée entre astronomie et horlogerie pourrait donner lieu à de beaux objets (bois, laiton, verre etc...) >>>



PS: En été on ajoute 2 heures, en hiver 1, Le tracé est fonction du lieu.

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:
Le logiciel ALgoSola permettant le tracé de cette horloge.

- Inventaire des cadrans canoniaux en Espagne, courrier de Pedro Novella

Cher Monsieur Sauvageot

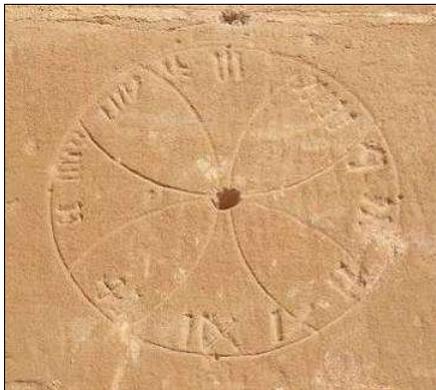
<<Je suis amateur de gnomonique et j'ai inventorié les Diocèses Vitoria-Gasteiz, de Calahorra-La Chaussée, une partie des Archidiocèses de Pampelune (Navarre), Burgos et Palencia. J'ai réuni sous le titre "INVENTARIO canónicos" tous les cadrans canoniaux situés dans les territoires cités. De même j'ajouterai dans ce dossier les cadrans qu'il me reste à visiter en Navarre et Burgos.

C'est une fierté pour moi si vous présentiez mon travail à vos collègues de la CCS. Avec mes remerciements>>.

L'information a été communiquée lors de notre réunion d'octobre 2009. Présentement, voici quelques précisions et pour la version numérique de ce Cadran-Info, la communication de l'étude en annexes.

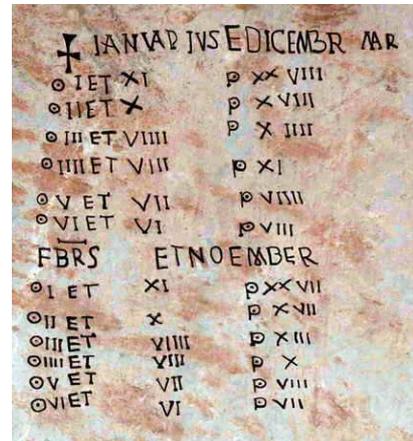


▲ Villaescusa (Burgos). 1500.
San Pedro de la Nave. Foto Omedes. ►



L'étude de M. P. Novella se compose d'une première étude "Relojes canonicos con numeración". Elle comporte 77 pages. Une deuxième étude "Relojes primitivos: esferas de misa o relojes de misa, esferas de misa evolucionadas, canónicos de misa, relojes canónicos o de horas canónicas, relojes de horas temporarias" (Horloges primitives : sphères de messe ou horloges de messe, sphères de messe évoluées, règles des messes, horloges canoniques ou d'heures canoniques, horloges d'heures temporaires. est divisée en 3 parties de 70 pages chacune.

◀ Navas de Bureba. Cruz con inscripción y orificio central.
¿Reloj?
Cadran orienté ►



⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:
Les dossiers "CANÓNICOS con numeración" et INVENTARIO canónicos en 3 parties, I, II et III. Le tout sous Word.



Si vous participez ou avez la connaissance de manifestations gnomoniques dans votre région, si vous avez des informations gnomoniques, ayez le réflexe de communiquer l'information.

Merci.



° Des livres et des revues

du Gnomon,
à l'Horloge Solaire
Astronomique



Initiation à la gnomonique
Alfred Roth
2010

Sous ce titre, monsieur Alfred Roth, présente en 90 pages de format A5, "la gnomonique". Il insiste sur les notions fondamentales qui permettent de résoudre les problèmes par simple analyse logique, avant d'entamer une approche théorique plus complète. Le lecteur qui n'est pas familiarisé avec l'abstraction mathématique, découvrira les pistes lui permettant d'acquérir, par l'expérimentation, les connaissances essentielles des cadrans solaires et de vivre pleinement l'aventure envoiante des "pérégrinations" du soleil à travers les jours et les saisons.

Naturellement, la construction des cadrans solaires par le calcul trigonométrique, est développée dans cette brochure. Mais l'ambition première est d'éveiller la curiosité, sinon la passion du lecteur.



° Quelques Sites internet

De P. Gagnaire: << Amateurs de **livres anciens de gnomonique**, prenez le temps d'un clic sur le lien>>: http://books.google.fr/books?rview=1&as_brr=1&q=gnomonique

De D. Collin: << le site <http://stores.ebay.com/Books-on-Sundials/> propose des reproductions en noir et blanc sur papier A4, d'une vingtaine d'ouvrages anciens de gnomonique. Les prix (reproduction + frais de port semblent élevés.

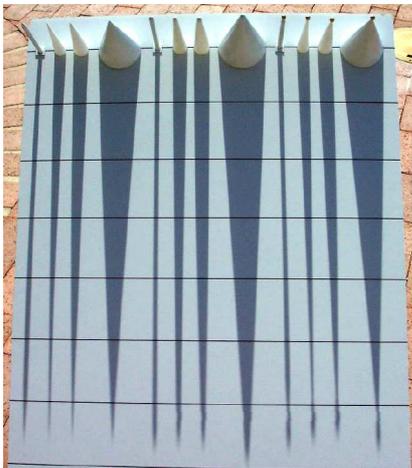
Le site suivant http://www.marelibri.com/topic/24628-main/books/AUTHOR_AZ/100 propose des ouvrages de gnomonique à la vente en regroupant différentes librairies. Mais c'est payant et

Autre site qui propose des numérisations (libres d'accès) d'ouvrages anciens en format PDF : <http://www.digitalisiertedrucke.de/?ln=fr> (téléchargement possible) puis celui-ci : <http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/home> (pas de téléchargement de fichiers), sites allemands très bien fait. Côté italien : <http://digital.casalini.it/> on trouve pas mal de choses, mais les téléchargements sont payants

De J. Theubet: <<Vous cherchez **quel style** conviendrait le mieux pour reporter son ombre avec la meilleure précision possible, consultez les tests sur les sites (anglais)>>:

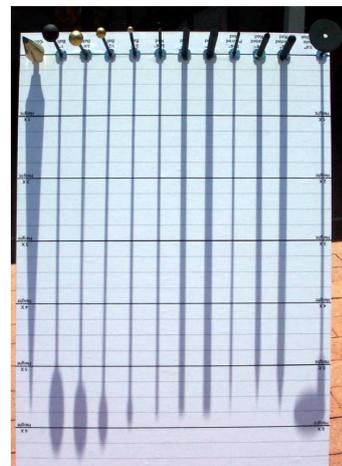
° <http://www.advanceassociates.com/WallDial/NodusShadowExperiment.pdf>

° http://www.advanceassociates.com/WallDial/CONE_GNOMON_SHADOW_EXPERIMENT.pdf



◀ "Cone Gnomon Shadow Experiment": Style coniques, ombres longues

"Nodi Shadow Experiment": Différents types de style, ombres longues ▶



De A. Ferreira: <<Un nouveau **site gnomonique polonais** à voir sur l'une ou l'autre adresse>>: <http://gnomonika.pl;> <http://zegarysloneczne.info>

De A. Ferreira: <<Le monde des cadrans solaires dans la page de Joan Serra Busquets>> site en espagnol, cadrans de mallorca. <http://www.bernisol.com/>

De N. Marquet: courbe en 8, équation du temps, orbite terrestre... à retrouver en langue anglaise sur: <http://www.analemma.com/Pages/framesPage.html>
Des centaines de cadrans solaires, objets d'art, en entrant "cadrans solaires" dans "recherche" du site: http://www.photo.rmn.fr/cf/htm/Search_New.aspx (exemple de photo à droite).



De Yvon Massé: Logiciel Calcad Version janvier 2010

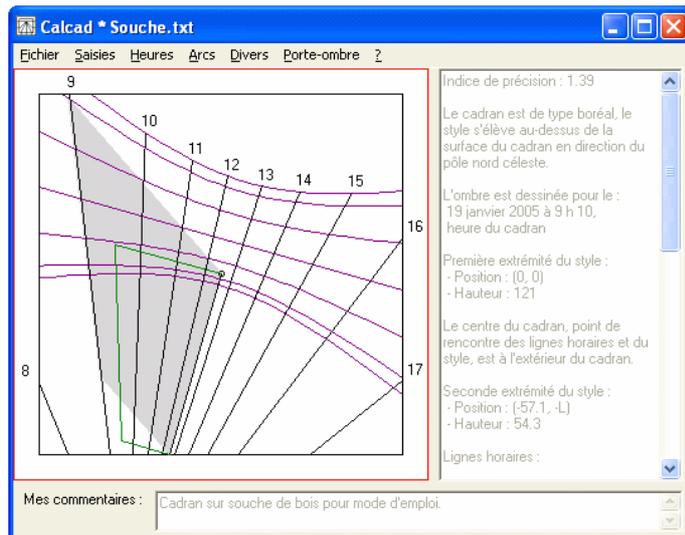
<<Ma nouvelle version de Calcad est disponible. Elle se veut principalement pédagogique:

- Elle permet de visualiser et animer l'ombre du style ou du gnomon.
- A partir de l'orientation d'un plan, il est possible de simuler le relevé des 2 points d'ombre pour ensuite calculer le cadran.

- L'aide est entièrement revue avec de nombreux ajouts. Elle est déclinée en manuel d'utilisation au format pdf.

L'ensemble est téléchargeable à: <http://pagesperso-orange.fr/ymasse/calcad/> ou sur les principaux sites de gratuiciel.

Vos commentaires et constats de bogues sont les bienvenus.>> Y.M



Notre site a changé d'adresse: <http://www.commission-cadrans-solaires.fr/>. Nous sommes maintenant hébergés à "notre nom". Pensez à enregistrer la nouvelle adresse dans "vos favoris". C'est Louis de Dinechin l.de.dinechin@gmail.com qui a repris la responsabilité du site.



◦ **Articles à paraître dans le prochain Cadran Info**

Merci aux auteurs ci-dessous pour leurs articles en réserve de publication:

Collin D: suite de l'étude des "lignes horaires antiques". **Ferrari Gianni :** ombre et pénombre appliquées au style d'un cadran solaire; Visibilité des taches solaires avec une méridienne intérieure. **Gagnaire P:** études diverses. **Savoie Denis:** étude inédite sur la théorie générale du cadran analemmatique; théorie du cadran à chapeau filtrant. **Autre:** découverte d'un cadran du XIXème sur colonne.

